Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

Www.AdrarPhysic.Fr

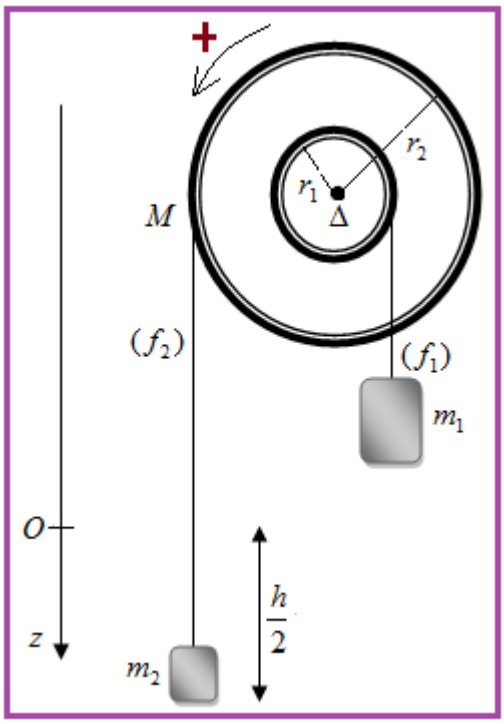
Exercice : 1

Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D_1) et (D_2) de même substance, de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est $j_\Delta = 1{,}7\times10^{-1}\,Kg.m^2$.

On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable.

Soit (f_1) le fil enroulé sur (D_1) de rayon r_1 à son extrémité on suspend un corps de masse $m_1 = 3Kg$ et soit (f_2) le fil enroulé sur le cylindre (D_2) de rayon $r_2 = 2r_1 = 40cm$, à son extrémité on suspend un corps de masse $m_2 = 2Kg$

On libère le système sans vitesse initiale.



1- Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre.

2- En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\ddot{\theta}$ peut s'écrire sous la forme suivante : $\ddot{\theta} = \dfrac{r_1.g.(2m_2 - m_1)}{J_\Delta + r_1^2.(4m_2 + m_1)}$

3- En déduire les valeurs de l'accélération linéaire a_1 de corps de masse m_1 et a_2 de corps de masse m_2

4- Calculer les deux tensions T_1 de (f_1) et T_2 de (f_2).

5- À l'instant $t = 0$ les deux corps se trouve de la même hauteur du plan horizontal $h = 0{,}6m$ et que le centre d'inertie du corps m_2 soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas. On considère le point M contact entre le fil (f_2) et (D_2) voir figure. Trouver les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_M$ en ce point M à un instant t où le corps m_2 descend de $\dfrac{h}{2}$. On donne $g = 10ms^{-2}$

Exercice :2

Le système mécanique de la (figure 1) est constitué par un cylindre de rayon r et de moment d'inertie J_Δ par rapport à son axe de rotation (Δ), en enroule sur le cylindre un fil inextensible de masse négligeable, l'autre extrémité du fil est fixé à un corps solide (S) de masse m qui peut glisser sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontal. Tous les frottement sont négligeables

A l'instant $t = 0$, le centre d'inertie du corps (S) est confondu avec le point A. la (figure2) représente les variations de la vitesse v du centre d'inertie du corps (S) en fonction du temps.

Données : $m = 120g$; $r = 10cm$; $\alpha = 30°$; $g = 9{,}81m.s^{-2}$.

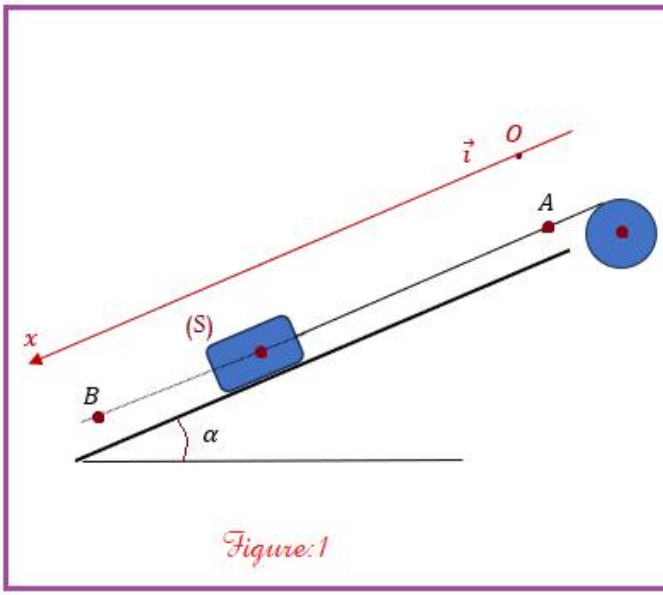


Figure:1

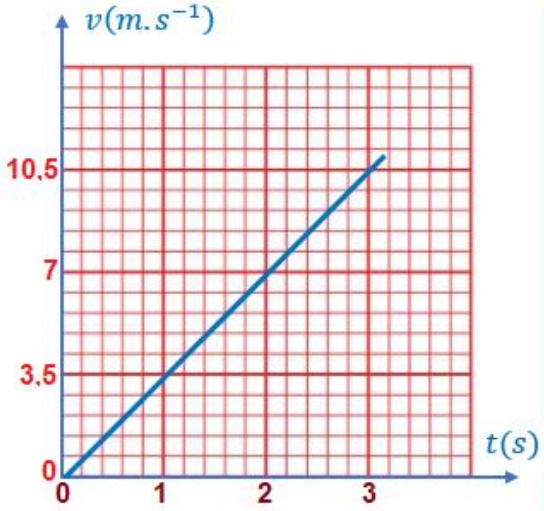


Figure:2

1- Trouver la relation entre l'accélération a du centre d'inertie du corps solide (S) et $\dot{\theta}$ l'accélération angulaire du cylindre.
2- Déterminer graphiquement la valeur de a l'accélération du centre d'inertie du corps (S) puis en déduire la valeur de $\dot{\theta}$.
3- Par application de la 2ème loi de newton sur le mouvement du corps (S) ,trouver l'expression de T_1 l'intensité de la force appliquée par le fil sur le corps (S).
4- Par application de la relation fondamentale de la dynamique en cas de rotation sur le cylindre, trouver l'expression de T_2 l'intensité de la force appliquée par le fil sur le cylindre.
5- Trouver l'expression de l'accélération a du centre d'inertie du corps (S) en fonction de m, g, r, α, et J_Δ.
6- Déduire la valeur de J_Δ le moment d'inertie du cylindre.
7- Calculer la vitesse angulaire du cylindre quand le corps (S) arrive au point B sachant que $AB = 100cm$.

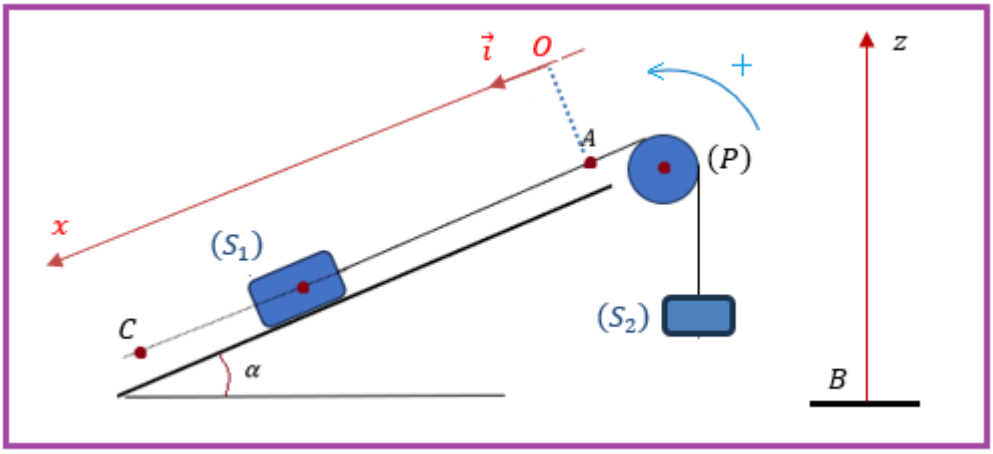
Www.AdrarPhysic.Fr

Exercice :3

Le système mécanique ci-contre est constitué par un corps solide (S_1) de masse $m_1 = 300g$ en mouvement sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal, (S_1)est accroché à l'extrimité d'un fil inextensible de masse négligeable et passant par la gorge d'une poulie de masse $M = 200g$ et rayon $r = 5cm$ capable de tourner autour de son axe (Δ), l'autre extrémité du fil est accroché à un corps (S_2)de masse $m_2 = 100g$.

Tous les frottements sont négligeables.

On libère le système sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, telle que le centre d'inertie du corps (S_1) est en point A l'origine de l'axe (Ox), et le centre d'inertie du corps (S_2)est en B l'origine de l'axe (Oz). On donne l'intensité de la pesanteur $g = 10m.s^{-2}$.



1- Donner la relation entre (a_1) et $\dot{\theta}$, et entre (a_2) et $\dot{\theta}$, a_1 l'accélération du corps (S_1) ,a_2 l'accélération du corps (S_2) et $\dot{\theta}$l'accélération angulaire de la poulie.

2- Par application de la deuxième loi de newton sur (S_1) et (S_2) et de la relation fondamentale de la dynamique en cas de rotation sur la poulie, montrer que l'accélération angulaire de la poulie s'écrit sous la forme $\ddot{\theta} = \frac{m_1 gr sin\alpha - m_2 gr}{J_\Delta + m_1 r^2 + m_2 r^2}$, J_Δ est le moment d'inertie de la poulie par rapport à l'axe (Δ) son expression $J_\Delta = \frac{1}{2} M.r^2$

3- Calculer la valeur de $\dot{\theta}$, déterminer la nature du mouvement de la poulie et écrire son équation horaire $\theta(t)$ ($\theta = 0$ à l'instant $t = 0$), déduire la valeur de l'accélération a des deux corps (S_1) et (S_2) .

4- Ecrire les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ des mouvements de (S_1) et (S_2) .

5- Calculer la vitesse angulaire de la poulie à l'instant de passage du corps (S_1) du point C sachant que $AC = 25cm$.

Www.AdrarPhysic.Fr

Exercice :4

On considère un corps solide (S_1) de masse $m_1 = 1Kg$ capable de glisser sur une piste horizontale, (S_1) est lié à un corps (S_2) de masse m_2 au moyen d'un fil inextensible de masse négligeable passant par la gorge d'une poulie (B) homogène rayon $r = 4cm$ capable de tourner autour d'un axe (Δ) passe son centre, au cours du mouvement le fil ne glisse pas sur la poulie (B). (Figure 1)

J_Δ le moment d'inertie de la poulie par rapport à (Δ).

On libère le système formé par (S_1) et (S_2) et (B) sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

La figure 2 représente la variation de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de la poulie en fonction du temps.

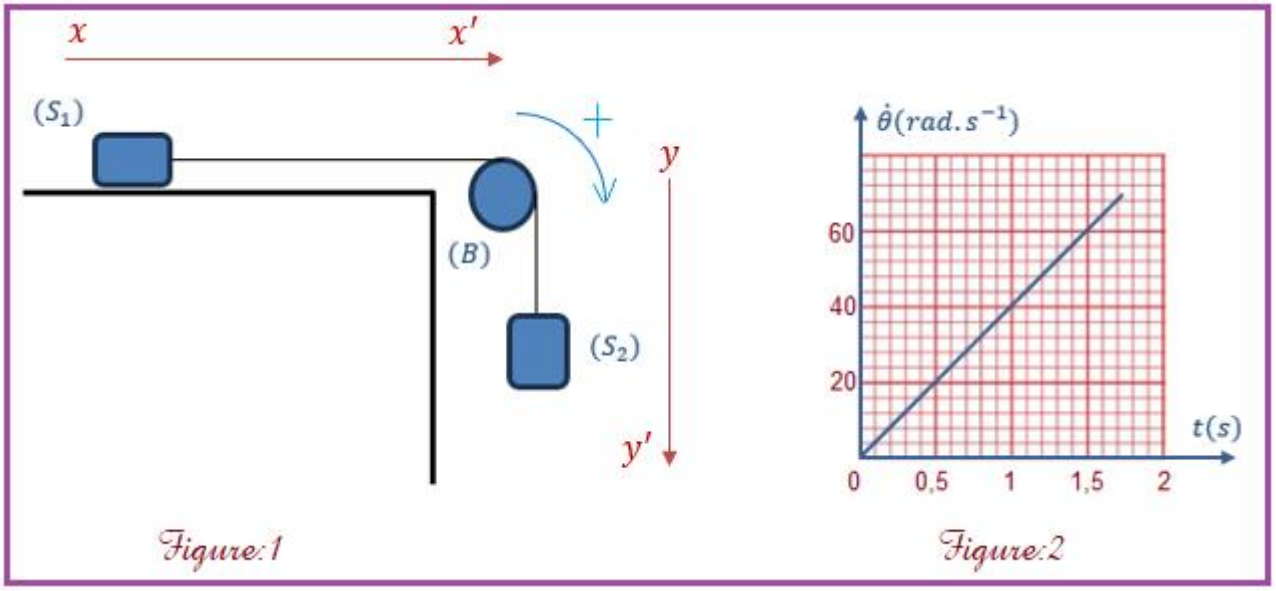


Figure:1 Figure:2

1- Trouver graphiquement l'équation de la vitesse angulaire. Quelle est la nature du mouvement de la poulie.
2- Trouver l'expression de n nombre de tours effectuée par (B) à l'instant t en fonction de t et $\dot{\theta}$ l'accélération angulaire de (B). calculer n à l'instant $t = 1{,}25s$.
3- Calculer a l'accélération de (S_1) et (S_2).
4- Le contact entre (S_1) et la piste se fait avec frottement avec φ l'angle de frottement. Montrer que l'expression de l'accélération a s'écrit sous la forme $a = \frac{(m_2 - m_1 k).g}{m_1 + m_2 + \frac{J_\Delta}{r^2}}$.
   g L'intensité de la pesanteur et $k = tan\varphi$ le coefficient de frottement.
5- Montrer que le mouvement de (S_1) ne se fait pas que lorsque m_2 la masse de (S_2) est supérieure à une valeur qu'il faut déterminer. on donne $k = tan\varphi = 0{,}16$.

Www.AdrarPhysic.Fr