



TDs – 3^{ème} Série

Exercice 1 :

On considère un système thermodynamique constitué de **2 moles** d'oxygène que l'on assimile à **un gaz parfait** à la pression atmosphérique et que l'on peut faire passer **réversiblement** de l'état initial A ($P_A, V_A, T_A = 300 \text{ K}$) à un état final B (P_B, V_B, T_B) par 3 chemins distincts:

1- une transformation isotherme dont la pression finale est le triple de la pression initiale

1^{ère} question: Tracez le diagramme de Clapeyron de cette transformation

2^{ème} question: Appliquez la 1^{ère} loi de Joule et le 1^{er} principe de la thermodynamique

2- une transformation isobare suivie d'une transformation isochore

3^{ème} question: Tracez le diagramme de Clapeyron de cette transformation

4^{ème} question: Utilisez l'expression de δQ_{rev} en fonction de (T, P) puis en fonction de (T, V)

3- une transformation isochore suivie d'une transformation isobare

5^{ème} question: Tracez le diagramme de Clapeyron de cette transformation

6^{ème} question: Utilisez l'expression de δQ_{rev} en fonction de (T, V) puis en fonction de (T, P)

a) Calculez les 3 qualités de chaleur (Q_1, Q_2 , et Q_3) reçues ou cédées par le système

7^{ème} Question: Calculez aussi les 3 quantités de travail (W_1, W_2 , et W_3) reçues ou cédées par le système

8^{ème} Question: Préciser le sens de transfert de chacune des 3 quantités de chaleur

9^{ème} Question: Préciser le sens d'échange de chacune des 3 quantités de travail

b) Comparez ces 3 quantités de chaleur Q_1, Q_2 , et Q_3 et conclure

10^{ème} Question: Comparez aussi les 3 quantités de travail W_1, W_2 , et W_3 et conclure

Exercice 1 : Réponses

$$m = 2 \text{ mole}, R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

Transformation réversible : suite d'états d'équilibre.

1) Transformation isotherme.

$$\text{état A} \left\{ \begin{array}{l} P_A = \\ V_A = \\ T_A = 300 \text{ K} \end{array} \right. \xrightarrow[T = \text{cte.}]{\text{isotherme}} \left\{ \begin{array}{l} P_B = 3 P_A \\ V_B = \\ T_B = T_A \end{array} \right.$$

$$\text{On a: } Q_1 = \int C_v dT + p dV$$

$$\text{or } T = \text{cte} \Rightarrow dT = 0$$

$$\text{donc: } \int Q = \int p dV$$

$$\Rightarrow Q_1 = \int_{V_A}^{V_B} p dV \quad \text{or } T = \text{cte.}$$

$$\Rightarrow pV = mRT \Rightarrow p = \frac{mRT}{V}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \int_{V_A}^{V_B} \frac{mRT}{V} dV = mRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V}$$

$$Q_1 = mRT \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \quad \text{or } P_B = 3 P_A$$

$$\text{et } P_B V_B = \underbrace{mRT_B}_{T_B = T_A} = mRT_A = P_A V_A$$

$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow P_A V_A = 3 P_A V_B$$

$$V_A = 3 V_B \Rightarrow V_B = \frac{V_A}{3}$$

$$Q_1 = mRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = mRT \ln\left(\frac{V_A}{V_A/3}\right) = -mRT \ln(3).$$

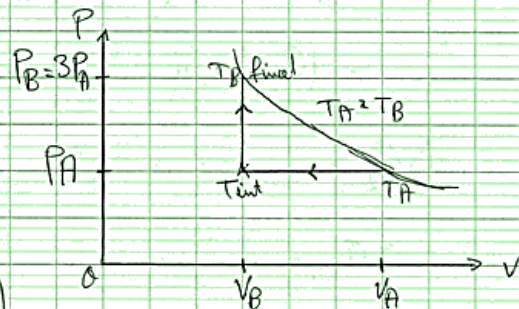
AN: $Q_1 = -5480,31 \text{ J}$.

On a un gaz parfait, donc : $dU = C_v dT$ d'après la 1^{ère} loi de Joule

ona: $dU = \delta Q + \delta W$

$dU = 0$ $\nearrow$ car $T = \text{cte}$
 $\Rightarrow \delta Q = -\delta W$

$\Rightarrow Q_1 = -W_1$.



$$Q_A = C_p (T_{int} - T_A).$$

$$Q_B = C_v (T_B - T_{int})$$

$$Q_2 = Q_A + Q_B = C_p (T_{int} - T_A) + C_v (T_B - T_{int}).$$

or $T_B = T_A$.

$$Q_2 = C_p (T_{int} - T_A) + C_v (T_A - T_{int}).$$

$$Q_2 = (C_p - C_v) (T_{int} - T_A).$$

$$Q_2 = (C_p - C_v)(T_{int} - T_A).$$

calcul de T_{int}

$$\begin{cases} P_A V_A = nRT_A \\ P_{int} V_{int} = nRT_{int} \end{cases}$$

$$\text{or } \begin{cases} P_A = P_{int} \\ V_{int} = V_B = \frac{V_A}{3} \end{cases}$$

$$\frac{nRT_A}{V_A} = \frac{nRT_{int}}{V_{int}} = \frac{3nRT_{int}}{V_A}$$

$$\Rightarrow T_A = 3T_{int} \Rightarrow T_{int} = \frac{T_A}{3}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= (C_p - C_v) \left(\frac{T_A}{3} - \frac{3T_A}{3} \right) \\ &= (C_p - C_v) \left(-\frac{2T_A}{3} \right) = - (C_p - C_v) \times \left(\frac{2T_A}{3} \right). \end{aligned}$$

AN: $Q_2 = -mR \times \frac{2T_A}{3}$

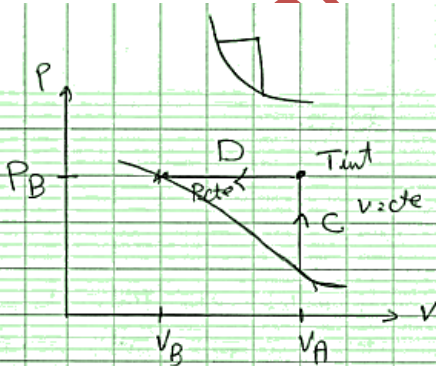
$$Q_2 = -3325,6 \text{ J.}$$

$$W_2 = - \int P dV = -P(V_{int} - V_A).$$

$$= -mR(T_{int} - T_A) = -mR \left(\frac{T_A}{3} - T_A \right).$$

$$W_2 = mR \left(\frac{2}{3} T_A \right).$$

AN: $W_2 = 3325,6 \text{ J.}$



$$Q_C = C_v(T_{int} - T_A)$$

$$Q_D = C_p(T_B - T_{int})$$

$$= C_p(T_A - T_{int}).$$

$$Q_3 = Q_C + Q_D$$

$$Q_3 = C_v(T_{int} - T_A) + C_p(T_A - T_{int}).$$

$$Q_3 = (C_v - C_p)(T_{int} - T_A).$$

$$= -mR(T_{int} - T_A).$$

Calcul de T_{int} :
$$\begin{cases} P_A V_A = mRT_A \\ P_{int} V_{int} = mRT_{int} \end{cases} \text{ car } \begin{cases} V_{int} = V_A \\ P_{int} = P_B = 3P_A. \end{cases}$$

On a :
$$\begin{cases} P_A V_A = mRT_A \\ P_{int} V_{int} = mRT_{int} = 3P_A V_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow T_{int} = 3T_A$$

Donc
$$Q_3 = -mR(3T_A - T_A) = -2mRT_A.$$

AN :
$$Q_3 = -9976 \text{ J}.$$

$$W_3 = - \int_{V_A}^{V_B} p dV = -P_B(V_B - V_A) = -3P_A\left(\frac{V_A}{3} - V_A\right).$$

$$W_3 = -3P_A\left(-\frac{2V_A}{3}\right) = 2P_A V_A.$$

AN :
$$W_3 = 9976 \text{ J}.$$

Rq : on remarque que la variation du travail et la chaleur dépend du chemin suivi donc ils ne sont pas des facteurs d'état.

Exercice 2 :

On considère un système thermodynamique constitué d'un gaz supposé parfait que l'on comprime d'une manière **adiabatique** d'un état initial (i) à un état final (f).

- 1) Démontrez la loi de Laplace.
- 2) En déduire toutes les relations qui lient les variables d'état P, V et T.

Exercice 2 : Réponses

Attention : Avant de faire cet exercice, il est vivement conseillé de commencer par faire et comprendre l'exercice N°15 de la 1^{ère} série des TDs. En effet, dans cet exercice N°15 on démontre et on explique comment les coefficients calorimétriques d'un corps deviennent dans le cas d'un gaz parfait.

①: une transformation est dite adiabatique si il n'y a pas d'échange de chaleur avec le milieu extérieur.

② Pour un G.P:

$$\begin{cases} \delta Q = C_V dT + P dV \\ \delta Q = C_P dT + (-V dP) \\ \delta Q = \frac{V}{\gamma-1} dP + \frac{\gamma P}{\gamma-1} dV \end{cases}$$

Remarque: Ces 3 relations de δQ qui sont valables uniquement dans le cas des gaz parfaits, ont été déjà démontrées dans la dernière partie de l'exercice N°15 de la 1^{ère} série des TDs.

ona: $C_V dT + P dV = 0 = \delta Q$: transformation adiabatique $\delta Q = 0$

$$\Rightarrow C_V dT + \frac{mRT}{V} dV = 0$$

$$\Rightarrow C_V \frac{dT}{T} + mR \frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow C_V \frac{dT}{T} + (C_P - C_V) \frac{dV}{V} = 0 \quad \times \frac{1}{C_V}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + \left(\frac{C_P}{C_V} - 1\right) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\int \frac{dT}{T} + \int (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = \int 0$$

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = \ln cte.$$

$$\ln(T V^{\gamma-1}) = \ln cte.$$

$$\textcircled{1} \quad T V^{\gamma-1} = cte$$

ona $mRT = PV$

$$T = \frac{PV}{mR}$$

$$\Rightarrow \frac{PV}{mR} V^{\gamma-1} = cte \Rightarrow PV^{\gamma} V^{1-\gamma} = cte.$$

$$\Rightarrow PV^{\gamma} = cte \quad \textcircled{2}$$

$$\text{ona: } V = \frac{mRT}{P}$$

$$\textcircled{3} \quad T \times \left(\frac{mRT}{P}\right)^{\gamma-1} = cte$$

$$T^1 \times \frac{T^{\gamma-1}}{P^{\gamma-1}} = cte, \quad T^1 \times T^{\gamma-1} \times P^{1-\gamma} = cte.$$

$$T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cte \Rightarrow \left\{ T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte \right\}$$

Exercice 3 :

On considère un système thermodynamique constitué d'une mole de diazote N_2 ($\approx$ l'air), que l'on assimile à un gaz parfait et que l'on comprime pour le faire passer réversiblement de l'état initial 1 ($P_1 = P_0 = 1 \text{ bar}$, $V_1 = 3 \text{ litres}$) à l'état 2 ($P_2 = 3P_0$, $V_2 = 1 \text{ litre}$) par 3 chemins différents:

- 1- une transformation isochore puis isobare
- 2- une transformation isobare puis isochore
- 3- une transformation telle que le produit $PV = Cte$

- a) Représentez dans le diagramme de Clapeyron les 3 transformations considérées
- b) Que représente l'aire limitée par les courbes formant ce diagramme ?
- c) Que remarquez-vous ?
- d) Calculez le travail échangé entre le système et le milieu extérieur pour chacune des transformations
- e) Conclure.

Exercice 3 : Réponses

② :

on a :

$$\begin{cases} P_1 = 10^5 \text{ Pa} \\ V_1 = 3 \text{ l} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} \end{cases} \xrightarrow{\text{isochore}} \begin{cases} P_{\text{int}} \\ V_{\text{int}} = V_1 \\ T_{\text{int}} \end{cases} \xrightarrow{\text{isobare}} \begin{cases} P_2 = 3P_0 \\ V_2 = 10^{-3} \text{ m}^3 \\ T_2 = \end{cases}$$

$W_1 = 0$ car ($V = \text{cte}$).

$W_2 = - \int p dV = -P_2 (V_2 - V_{\text{int}}) = -P_2 (V_2 - V_1)$

AN: $W_2 = -3 \cdot 10^5 (10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3})$

$W_2 = 600 \text{ J} \Rightarrow W_T = W_1 + W_2 = 600 \text{ J}$

2ème transformation:

$$\begin{cases} P_1 = 10^5 \text{ Pa} \\ V_1 = 3 \cdot 10^{-3} \\ T_1 = \end{cases} \xrightarrow{\text{isobare}} \begin{cases} P_{\text{int}} = P_1 \\ V_{\text{int}} = V_2 \\ T_{\text{int}} = \end{cases} \xrightarrow{\text{isochore}} \begin{cases} P_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_2 = 10^{-3} \text{ m}^3 \\ T_2 = \end{cases}$$

$W_3 = -P_1 (V_{\text{int}} - V_1) = -P_1 (V_2 - V_1)$

$W_3 = -10^5 (10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) = 200 \text{ J}$

$W_4 = 0$

Rq : $u_{T_2} \neq u_{T_1}$ c'est n'est pas une fonction d'état

Rq l'air limité par les courbes présente le travail.

3^{ème} transformation : $\left\{ \begin{array}{l} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{isotherme}} \left\{ \begin{array}{l} P_2 \\ V_2 \\ T_2 = T_1 \end{array} \right\}$

$$W = - \int p dV = - nRT \int \frac{dV}{V}$$

$$W = - nRT \left[\ln \frac{V_2}{V_1} \right]$$

$$W = - 8,314 \times 36,6 \times \ln \left(\frac{1 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3}} \right) \\ = 334,29 \text{ J.}$$