Cour de physique
Deuxième Bac
Sciences Mathématique

Circuit RLC Série
En régime sinusoïdal forcé



Connaissances et savoir-faire exigibles

- Distinguer les oscillations forcées des oscillations libres et Connaitre le rôle de l'excitateur et du résonateur
- Connaitre et exploiter l'expression de la phase d'une grandeur par rapport à une autre : $|\varphi| = \frac{2\pi.\tau}{T}$
- Connaitre et exploiter l'expression de l'impédance $Z = \frac{U}{I}$ du circuit et Connaitre l'unité de l'impédance (Ω)
- Reconnaitre le phénomène de résonance électrique et ses caractéristiques
- Connaitre et exploiter l'expression du facteur de qualité
- Exploiter des documents expérimentaux pour :
- Connaitre l'influence de la résistance sur le facteur de qualité
- Déterminer la largeur de la bande passante
- Reconnaitre la phénomène de surtension
- Connaitre la puissance instantanée dans le régime alternatif sinusoïdal
- Établir et exploiter l'expression de la puissance moyenne $p = UI\cos\varphi$ et Connaitre le facteur de puissance

On a vu précédemment que le circuit RLC en série forme un oscillateur électrique amorti . Lorsqu'on ajoute , en série , un générateur électrique au circuit qui l'alimente d'une tension alternative sinusoïdale , c'est à dire qu'il impose un régime alternatif sinusoïdal à l'oscillateur ;
on obtient : un régime sinusoïdal forcé .

1- Caractéristiques du régime sinusoïdal

1-1- intensité du courant alternatif sinusoïdal

1-1-1- définition

L'intensité du courant alternatif sinusoïdal est une fonction du temps qui s'écrit sous la forme suivante : $i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$

- I_m : l'amplitude ou l'intensité maximale du courant ,
  son unité dans S.I est ampère (A)
- ω : la pulsation du courant avec : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$. Son unité est rad/s)
- $\omega.t + \varphi_i$: la phase du courant à l'instant t . Son unité est rad
- φ_i : La phase à l'origine des temps (t=0) et on la détermine à partir des conditions initiales

1-1-2- Exemple :

à l'origine des dates t=0 l'intensité du courant est maximale $i(t=0) = I_m$,c'est à dire que $\cos\varphi_i = 1 \Rightarrow \varphi_i = 0$ donc : $i(t) = I_m \cos(\omega.t)$

1-1-3- intensité efficace du courant

On note l'intensité efficace d'un courant alternatif sinusoïdal par I et on l'exprime par la relation suivante : $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. L'ampèremètre utilisé en courant alternatif indique la valeur de l'intensité efficace .

1-2- La tension du courant alternatif

1-2-1- définition

La tension alternative sinusoïdale est une fonction du temps , qui s'écrit sous la forme suivante :$u(t) = U_m \cos(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_u)$

- U_m : l'amplitude ou la tension maximale, son unité dans S.I est ampère (V)
- ω : la pulsation de la tension avec : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$. Son unité est rad/s)
- $\omega.t + \varphi_u$: la phase de la tension à l'instant t . Son unité est rad
- φ_u : La phase à l'origine des temps (t=0) et on la détermine à partir des conditions Initiales

1-2-2- La tension efficace

On note la tension efficace d'une tension alternative sinusoïdale par U et on l'exprime par la relation suivante : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ Le voltmètre utilisé en courant alternatif indique la valeur efficace de la tension .

1-3- Notion de la phase

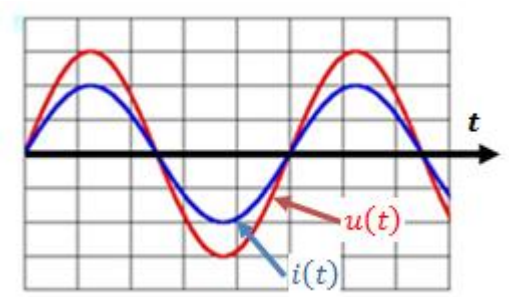
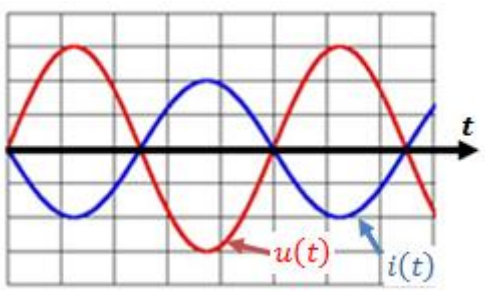
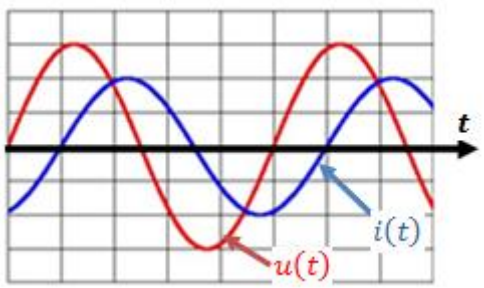
On considère deux grandeurs alternatives sinusoïdales :

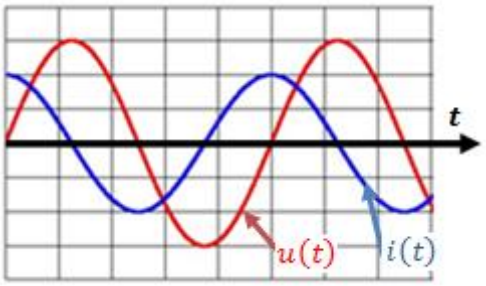
$u(t) = U_m \cos(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_u)$ et $i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_i)$

On appelle :

- la phase de $u(t)$ par rapport à $i(t)$: $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$
- la phase de $i(t)$ par rapport à $u(t)$: $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

$\varphi_{u/i}$ et $\varphi_{i/u}$ mesure l'avance et la retard de chaque fonction par rapport à l'autre.

Si : $\varphi_u = \varphi_i$ c.à.d $\varphi_{u/i} = 0$ Donc $u(t)$ et $i(t)$ *sont en phase*	
$\varphi_{u/i} = \pi$ Donc $u(t)$ et $i(t)$ *sont en opposition de phase*	
Si : $\varphi_u > \varphi_i$ c.à.d $\varphi_{u/i} > 0$ Donc $u(t)$ *est en avance de phase sur* $i(t)$	

Si : $\varphi_u < \varphi_i$ c.à.d $\varphi_{u/i} < 0$ Donc $i(t)$ *est en avance* *de phase sur* $u(t)$	

2- Etude du circuit RLC en régime sinusoïdal force

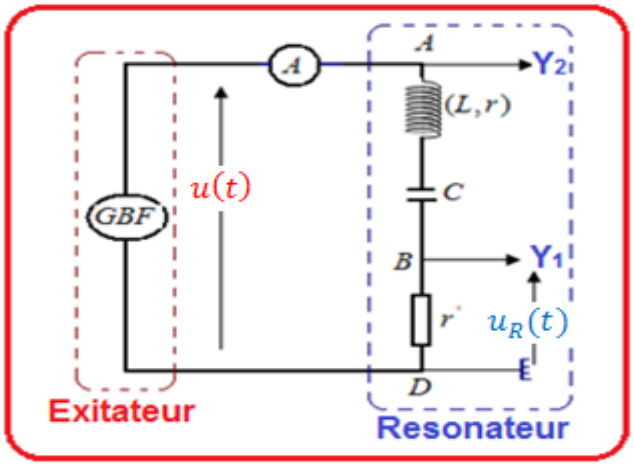
2-1- Etude expérimental

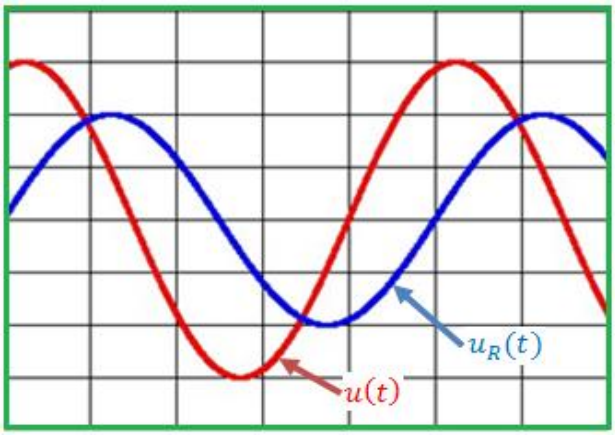
2-1-1- activité expérimentale 1 :

Visualisation de la tension $u(t)$ aux bornes d'un circuit RLC et $i(t)$ en fonction du temps . On réalise le montage électrique ci dessous où on règle le générateur à basse fréquence sur une tension alternative sinusoïdale de valeur maximale $U_m = 2V$ et de fréquence $N = 100Hz$.

À l'aide d'un oscilloscope on visualise

- la tension $u_R(t)$ $u_R(t)$ au borne du conducteur ohmique($entré\ Y_1$)
- la tension $u(t)$ aux bornes du circuit RLC ($entré\ Y_2$) figure à cote





On mesure à l'aide d'un ampèremètre l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit et le voltmètre indique la tension efficace U aux bornes du circuit RLC .

2-1-2- Exploitation :

Le générateur GBF délivre au circuit RLC en série une tension alternative sinusoïdale :

$$u(t) = U_m \cos(\frac{2\pi}{T}.t + \varphi_{u/i})$$

Il apparaît dans le circuit un courant électrique d'intensité :

$$i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T}.t)$$

le courant représente $i(t)$ la réponse du circuit RLC à l'excitation qui est imposée par le générateur de base fréquence .

On appelle

Www.AdrarPhysic.Fr

- le circuit RLC série le résonateur
- le générateur GBF excitateur

Les deux entrées Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope, nous permet de visualiser la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique et la tension $u(t)$ aux bornes du circuit RLC .

3- Notion d'impédance.

3-1- Étude expérimentale :

Reprenons le montage précédent , pour une fréquence fixée de la tension , on fait varier la tension efficace U du générateur .

$U(V)$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$I(mA)$	0	0,6	1,2	1,85	2,50	3,15
$U/I(\Omega)$	0	833	833	810	800	793

On mesure les valeurs de U et I et les regroupe dans le tableau à coté :

3-2- Remarque

On remarque que $\frac{U}{I} \approx C^{te} = k$ donc U et I sont proportionnelle tel que : $U = k.I$

avec k un facteur de proportionnalité , on l'appelle l'impédance du circuit on la note Z qui a une dimension de la résistance Ω

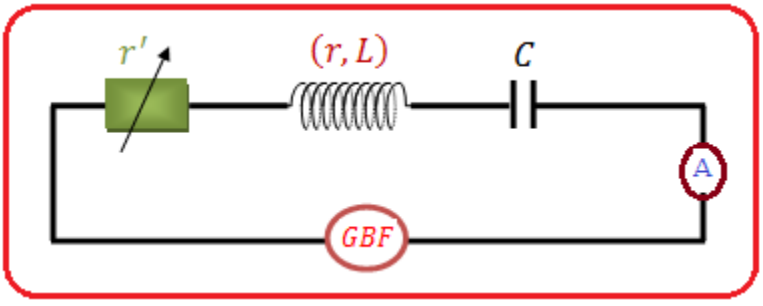
3-3- Définition

On appelle Z l'impédance du circuit , son expression est : $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$ Son unité dans le système internationale est Ω

4- Phénomène de résonance d'intensité

4-1- Étude expérimentale :

On réalise le montage électrique ci dessous



où le générateur à basse fréquence alimente le circuit RLC série d'une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace U et de fréquence N réglables .

- Une bobine d'inductance $L = 5{,}2mH$ et de résistance $r = 7\Omega$.
- Un condensateur de capacité $C = 0{,}47F$
- Un conducteur ohmique de résistance r' réglable

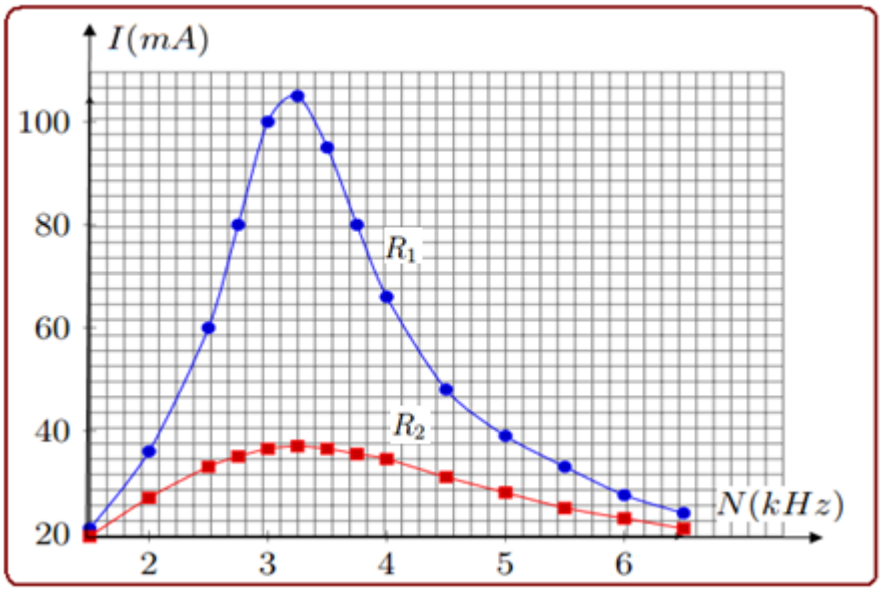
On fixe la tension efficace sur la valeur $U = 4V$ et la résistance globale $R = r + r'$ sur la valeur $R_1 = 30 + 7 = 37\Omega$. On fait varier la fréquence N du générateur et dans chaque cas on mesure l'intensité efficace I du courant

On règle la résistance globale sur la valeur $R_2 = 100 + 7 = 107\Omega$ on répète l'étape précédent de l'expérience .on obtient le tableau de mesures suivant

٤-٢- tableau de mesure

$N\ (KHz)$	1,5	2	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4	4 ,5	5	5,5	6	6,5
$I(mA) : R$	21	36	60	80	100	105	95	80	66	48	39	33	27,5	24
$I(mA) : R$	19,5	27	33	35	36,5	37	36,5	35,5	34,5	31	28	25	23	21

٤-٣- la courbe de résonance : $I = f(N)$



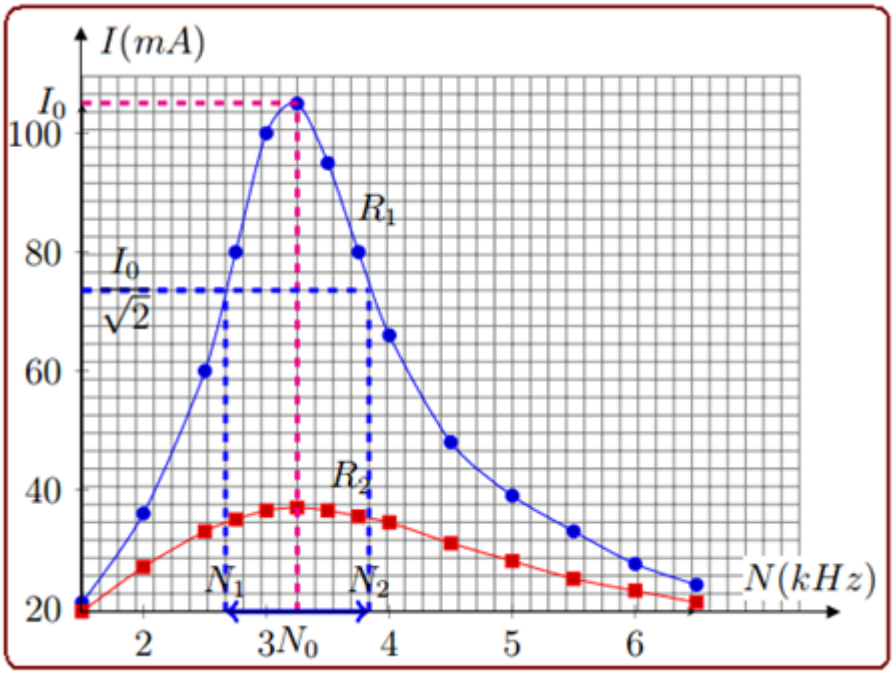
٤-٤- définition

On appelle

- résonateur l'oscillateur RLC
- excitateur, le générateur de basse fréquence .

Lorsque la fréquence N d'excitateur prend une valeur égale à la fréquence propre N_0 du résonateur , l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit sera maximale et égale à I_0 , on dit dans ce cas que le circuit RLC série est en résonance .

Www.AdrarPhysic.Fr



4-5-1- La valeur de la fréquence de résonance :

D'après la courbe $I = f(N)$, on constate :

* Elle possède une valeur maximale qui correspond à la même valeur de la fréquence égale à $N_r = 3{,}25KHz$ pour le circuit (R,L,C) qu'elle que soit la valeur de R

* calcul de la fréquence propre N_0 du circuit : $N_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 3219Hz$,on a donc $N_0 \approx N_r$ On dit que le circuit (R,L,C) est en résonance .

Le phénomène de résonance apparaît, lorsque la fréquence de résonance N_r s'identifie à la fréquence propre N_0 du circuit oscillant c'ets à dire :$N_r = N_0$.

4-5-2- Le rôle de la résistance globale du circuit .

D'après les courbes de la résonance d'intensité , on constate que :

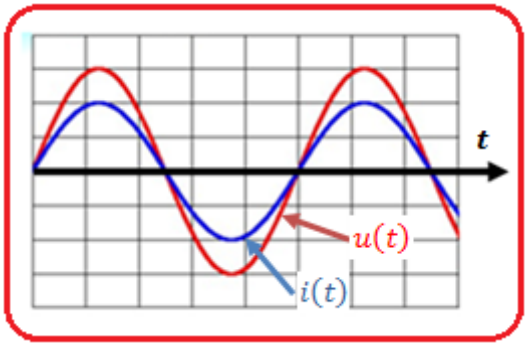
- lorsque la résistance R du circuit est petite (amortissement du circuit est faible), l'intensité efficace maximale du courant à la résonance est grande et la résonance est aiguë .
- Dans le cas où R est grande (l'amortissement du circuit est fort), l'intensité efficace maximale du courant est petite la résonance est floue .
- À la résonance l'impédance du circuit est minimale et $Z = R_T$. et La tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes de la bobine tel que :

  $U_C = U_L$ donc : $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$

Www.AdrarPhysic.Fr

4-5-3- La phase φ à la résonance.

À l'aide d'un oscilloscope on visualise les deux Tensions $u(t)$ et $u_R(t)$,on observe qu'elles sont en phase Et puisque $u_R(t) = R.i(t)$,
donc : $u(t)$ et $i(t)$ à la résonance sont en phase : $\varphi_{u/i} = 0$



4-6- La bande passante à -3 db du circuit (R,L,C)

4-6-1- définition

La bande passante à -3db du circuit (R,L,C) est définie comme une intervalle continue des fréquences $[N_1, N_2]$ du générateur, pour laquelle l'intensité efficace I du courant vérifie la relation suivante : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ est l'intensité maximale efficace à la résonance . La largeur de la bande passante : $\Delta N = N_2 - N_1$

D'après l'étude expérimentale : $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ou $I_0 = 74mA$ pour R_1 et $I_0 = 26mA$ pour R_2 ,

donc $\Delta N_{(1)} = 1{,}03KHz$ et $\Delta N_{(2)} = 3{,}47KHz$ (voir le graphe ci-dessus)

4-6-2- Conclusion

On conclue que :

- Dans le cas où R est petite (amortissement faible) , la résonance est aiguë telque la largeur de la bande passante ΔN est petite .
- lorsque R est grande (amortissement forte) , la résonance est floue et ΔN est grande .

4-7- Facteur de qualité Q

4-7-1- définition

On définit le facteur de qualité Q par un nombre sans dimension : $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$ et puisque $\omega = 2\pi N$

donc : $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$

4-7-2- Application

Calcul du facteur de qualité dans l'étude précédente :

$$Q_1 = \frac{3{,}25}{1{,}03} = 3{,}15 \quad \text{et} \quad Q_2 = \frac{3{,}25}{3{,}74} = 0{,}74$$

Www.AdrarPhysic.Fr

4-8- Les effets de la résonance sur le circuit

Q facteur de qualité est inversement proportionnelle à la largeur de la bande passante et qui caractérise l'acuité de la résonance .

☞ Le circuit est d'autant plus sélectif que Q est sera grand .

☞ Autant que la résonance est aiguë plus la valeur de Q est grande .

☞ Autant que Q est petite plus le circuit est amorti tel que la résonance est floue .

On appelle aussi le facteur de qualité : la surtension

Expérimentalement que lorsque la résonance est aiguë plus Q est grande .

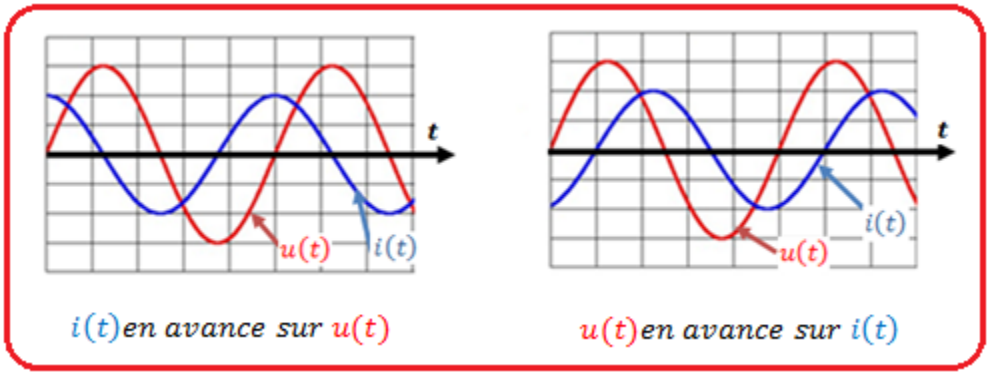
tel que : $U_C > U$ et $U_L > U$

ce qui prouve que à la résonance il apparaît une surtension . c'est un phénomène qui peut créer un certain danger qui peut aller jusqu'à la détérioration des éléments du circuit (LC) (L,C) c'est pour cela on doit l'éviter .

4-9- Remarque :

D'après la courbe de la résonance d'intensité et l'étude expérimentale :

- $N < N_0$ on a $i(t)$ en avance de phase sur $u(t)$ on dit que le circuit est capacitif
- $N > N_0$ on a $u(t)$ en avance de phase sur $i(t)$ on dit que le circuit est inductif .



5- Puissance en régime sinusoïdal forcé

5-1- La puissance instantanée

On a : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$

$u(t) = U_m \cos(\omega \cdot t + \varphi)$

La puissance instantanée est : $p(t) = u(t).i(t)$ -6

$$p(t) = u(t) \times i(t) = U_m \cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot I_m \cos(\omega \cdot t)$$

$$p(t) = U_m I_m \cos(\omega \cdot t + \varphi)\cos(\omega \cdot t)$$

$$= U_m I_m \frac{1}{2}\left[\cos(\omega \cdot t + \varphi + \omega \cdot t) + \cos(\omega \cdot t + \varphi - \omega \cdot t)\right]$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}\left[\cos(2\omega \cdot t + \varphi) + \cos\varphi\right]$$

Www.AdrarPhysic.Fr

on a $U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}\Rightarrow U_m=U\sqrt{2}$ et $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\Rightarrow I_m=I\sqrt{2}$

$$p(t)=\frac{U\sqrt{2}\cdot I\sqrt{2}}{2}[\cos(2\omega\cdot t+\varphi)+\cos\varphi] \quad \text{D'où :} \quad p(t)=U.I\left[cos\left(\frac{2\pi}{T}.t+\varphi\right)+cos\varphi\right]$$

5-2- énergie électrique instantanée

$$\frac{dE}{dt}=p(t)\Rightarrow dE=p(t)\times dt \qquad \Rightarrow \qquad E=\int p(t)\times dt$$

5-3- La puissance moyenne

Puisque le courant et la tension sont des fonctions sinusoïdal la puissance P(t) est aussi une fonction sinusoïdal .la puissance moyenne entre : $0 et T$ est P tel que :

$$P=\frac{E}{\Delta t}=\frac{E}{T}=\frac{\int_0^T p(t).dt}{T}$$

$$P=\frac{UI}{T}\int_0^T[\cos(2\omega\cdot t+\varphi)+\cos\varphi]=\frac{UI}{T}\left(\int_0^T\cos(2\omega\cdot t+\varphi)dt+\int_0^T\cos\varphi\cdot dt\right)$$

$$\int_0^T\cos(2\omega\cdot t+\varphi)dt=\frac{1}{2\omega}\cdot\sin(2\omega\cdot t+\varphi)=\frac{1}{2\omega}(\sin(2\omega T+\varphi)-\sin\varphi)=\frac{1}{2\omega}(\sin(4\pi+\varphi)-\sin\varphi)$$

$$\int_0^T\cos\varphi dt=\cos\varphi\cdot t=T\cos\varphi$$

$$P=\frac{UI}{T}\left[\frac{1}{2\omega}(\sin(4\pi+\varphi)-\sin\varphi)+T\cos\varphi\right]=\frac{UI}{T}\left[\frac{1}{2\omega}(\sin\varphi-\sin\varphi)+T\cos\varphi\right]$$

$$P=\frac{UI}{T}T\cos\varphi=UI\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \underline{P=UIcos\varphi}$$

- P : la puissance electrique
- UI :la puissance apparente
- $\cos\varphi$: le facteur de puissance

5-4- Remarque :

utilité de facteur de puissance Lorsqu'un consommateur consomme une énergie électrique , l'établissement distributeur lui garantit une tension U constante , c'est à dire que cette consommation lui correspond un courant électrique $i(t)$ qui traverse les lignes du réseau conducteur tel que son avance ou son retard en phase φ dépend des types des éléments électriques utilisés .

Www.AdrarPhysic.Fr

De la relation $p = Ri^2$ avec p bien déterminée on a $I\cos\varphi = \frac{p}{U}$ aussi d'où I sera plus grande tant que le facteur de puissance $\cos\varphi$ est petit et puisque l'effet Joule dans les lignes de réseau est inversement proportionnelle à I^2 , cela représente une perte d'énergie en compte de l'établissement distributeur et c'est pour cela que cet dernier qui détermine le facteur de puissance et l'impose à le consommateur , en général le facteur de puissance ne sera jamais inférieur à 0.8 .

Www.AdrarPhysic.Fr