Plareforme: AJITFHAM ACADEMY

Niveau scolaire: Classe de 2BACSMF

Série d'exercices 03 : Mouvement des planètes et satellites

Www.AdrarPhysic.Fr

Exercice 1 : Étude des satellites d'Uranus

Uranus est la 7ème planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herschel. Elle fût mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du Soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la Terre entre 1787 et 1948. Il s'agit de : Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Oberon.

Satellite	**Rayon de l'orbite** r (m)	**Période de révolution** T (d)
MIRANDA	129.8×10^6	1,4
ARIEL	191.2×10^6	2,52
UMBRIEL	266.0×10^6	4,14
TITANIA	435.8×10^6	8,71
OBERON	582.6×10^6	13,5

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel "Uranocentrique" supposé galiléen.

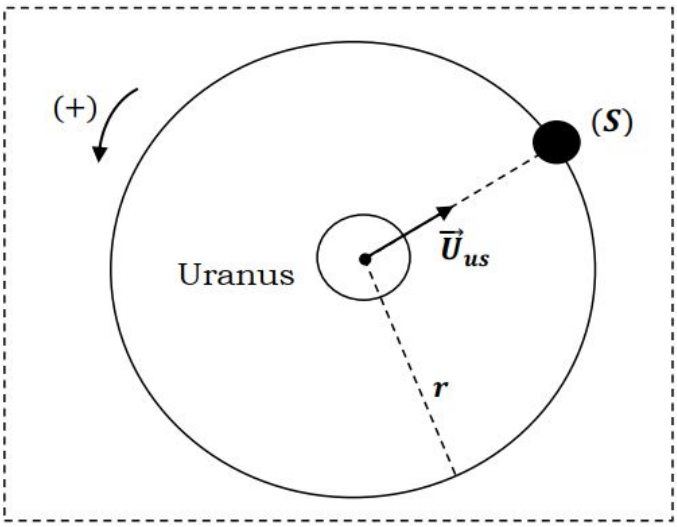
Données :

— Constante gravitationnelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

— $1\,\text{jour} = 86\,400\,\mathrm{s}$

Partie 1 : Vitesse d'un satellite

On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel "Uranocentrique".



1.1

Recopier le schéma de la figure et représenter dessus :

— Le vecteur vitesse $\vec{V_S}$ du satellite (S)

— $\vec{F_{US}}$ la force d'attraction universelle appliquée par Uranus sur (S)

1.2

Écrire dans la base de Frenet, l'expression $\vec{a_S}$ du vecteur accélération du mouvement de (S).

1.3

En appliquant la deuxième loi de Newton sur le centre d'inertie du satellite (S), montrer que le mouvement de (S) est circulaire uniforme.

1.4

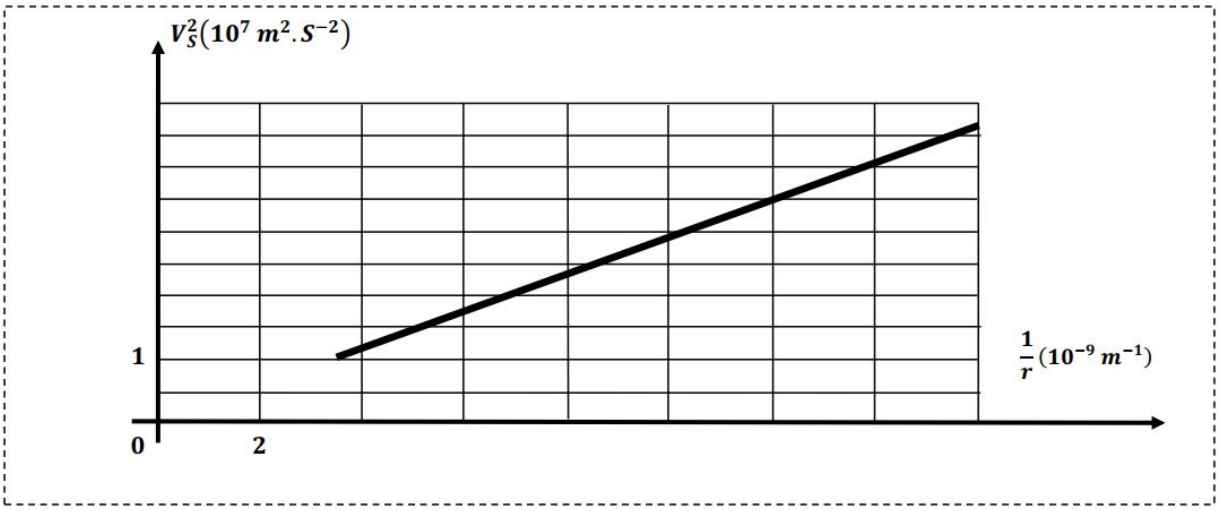
Établir l'expression de la vitesse V_S du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.

1.5

Calculer la vitesse V_S du satellite Umbriel au cours de sa rotation autour d'Uranus.

Partie 2 : Masse d'Uranus

La courbe ci-dessous représente $V_S^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ où V_S est la vitesse du satellite et r le rayon de l'orbite.



2.1

Établir l'expression de la vitesse V_S en fonction de G, M et r.

2.2

En vous aidant de la courbe, déterminer la masse M d'Uranus.

Exercice 2 : Mise en orbite d'un satellite géostationnaire autour de la Terre

Dans le référentiel géocentrique, la période de révolution d'un satellite géostationnaire est égale à la période propre de la Terre autour de son axe polaire. La trajectoire du satellite est un cercle contenu dans le plan équatorial et décrite dans le même sens que la rotation propre de la Terre.

Données :

- Terre considérée sphérique, de centre I, de masse M_T avec symétrie sphérique de répartition de masse
- Rayon terrestre : $R_T = 6380\,\text{km}$
- Masse de la Terre : $M_T = 6.0 \times 10^{24}\,\text{kg}$

Www.AdrarPhysic.Fr

— Accélération de la pesanteur : $g_0 = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

— Période de rotation terrestre : $T = 23.9345\,\mathrm{h}$

— Constante gravitationnelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$

On étudie le mouvement du centre d'inertie G_s d'un satellite artificiel (S) de masse m_s, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. La mise en orbite se fait en plusieurs phases.

1. Phase de décollage de la navette spatiale

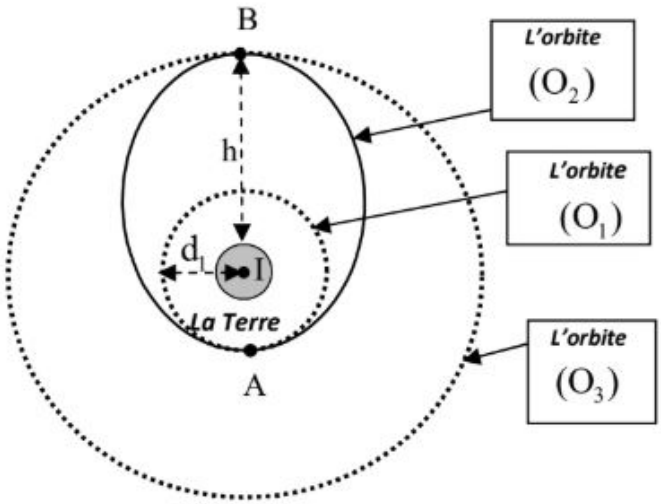
Le satellite (S) est transporté par une navette spatiale de masse totale $M = 7.3 \times 10^5\,\mathrm{kg}$. La propulsion fournit une force de poussée verticale constante $F = 1.16 \times 10^7\,\mathrm{N}$.

Dans le repère $(O;\vec{k})$ terrestre supposé galiléen ($\vec{k}$ vertical vers le haut), à $t = 0$ la navette est immobile en O. Seuls le poids $\vec{P}$ et la poussée $\vec{F}$ agissent sur la navette. La masse reste constante et l'accélération est supposée constante pendant 6 s avec trajectoire verticale.

Question : Calculer la distance parcourue par la navette entre $t = 0$ et $t_1 = 6\,\mathrm{s}$.

2. Phase de mise en orbite basse

Le satellite (S) est placé sur une orbite circulaire O_1 à altitude $d_1 = 6580\,\mathrm{km}$ avec vitesse constante V_s, soumis uniquement à la gravitation terrestre.



2.1

Exprimer puis calculer V_s en fonction de M_T, d_1 et G.

2.2

Déterminer la période T_s de révolution du satellite et établir la 3ème loi de Kepler.

3. Transfert vers l'orbite géostationnaire

Le satellite passe de O_1 à l'orbite géostationnaire O_3 via une orbite elliptique O_2 tangente en A et B.

3.1

Indiquer et justifier en quel point (A ou B) la vitesse de (S) est minimale.

3.2

Après augmentation de vitesse en B pour atteindre l'orbite O_3 :

Www.AdrarPhysic.Fr

3.2.1

Montrer que l'altitude h s'exprime par :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

3.2.2

Calculer la vitesse du satellite sur son orbite géostationnaire.

Exercice 3 : Détermination de la masse de la Terre par deux méthodes

Données :

- Accélération de la pesanteur à la surface de la Terre : $g_0 = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$
- Constante de gravitation universelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
- Approximation : $\pi^2 = 10$
- Rayon terrestre : $R_T = 6400\,\mathrm{km}$

Hypothèses :

- Terre sphérique de centre O, de rayon R_T, de masse M_T avec répartition sphérique de masse
- Satellite soumis uniquement à la force d'attraction terrestre

1. Première méthode : par l'accélération gravitationnelle

1.1

En identifiant poids et force d'attraction universelle au niveau du sol, établir l'expression de g_0 en fonction de M_T, R_T et G.

1.2

Calculer la masse M_T de la Terre.

2. Deuxième méthode : par la troisième loi de Kepler

Dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, un satellite (S) décrit une orbite circulaire :

- Période de révolution : $T = 98\,\mathrm{min}$
- Altitude : $h = 647\,\mathrm{km}$

2.1

Établir la relation traduisant la troisième loi de Kepler pour le mouvement du satellite.

2.2

En déduire M_T et comparer avec le résultat de la question 1.2.

Exercice 4 : Détermination du rayon de l'orbite de la Lune autour de la Terre

Objectif

Déterminer la distance Terre-Lune à partir de l'étude du mouvement de la Terre autour du Soleil et du mouvement de la Lune autour de la Terre.

Hypothèses

- Référentiels considérés galiléens
- Soleil, Terre et Lune présentent une répartition de masse à symétrie sphérique
- La Lune n'est soumise qu'à la force de gravitation terrestre
- La Terre n'est soumise qu'à la force de gravitation solaire

Données

- Période de révolution de la Terre : $T = 365.25\,\text{d}$
- Période de révolution de la Lune : $T' = 27.32\,\text{d}$
- Rayon orbite Terre-Soleil : $R = 1.49 \times 10^8\,\text{km}$
- Masse du Soleil : M
- Masse de la Terre : m
- Masse de la Lune : m'
- Rapport de masses : $\frac{M}{m} = 3.35 \times 10^5$

Modélisation

- Dans le référentiel héliocentrique : trajectoire de G (Terre) circulaire de rayon R
- Dans le référentiel géocentrique : trajectoire de G' (Lune) circulaire de rayon r

Questions

1. Définir le référentiel géocentrique.
2. Choisir la proposition juste parmi :

a) La constante de gravitation universelle s'exprime en $\text{m}\,\text{s}^{-2}$

b) Le vecteur accélération de G est tangent à son orbite

c) Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération a une direction constante

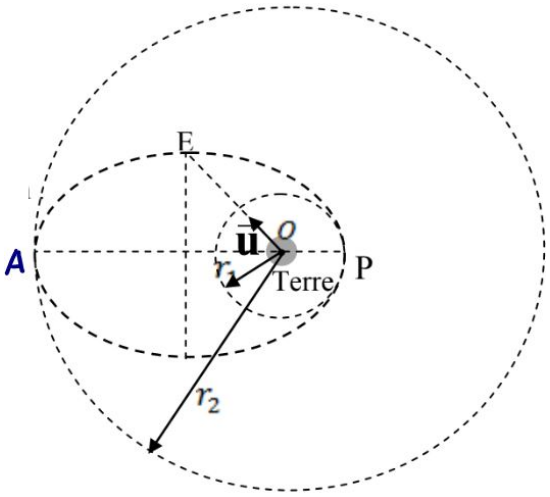
d) La vitesse d'une planète autour du Soleil ne dépend pas de sa masse

3. Donner l'expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre dans la base de Frenet $(\vec{u}, \vec{n})$.
4. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que le mouvement de G autour du Soleil est circulaire uniforme.
5. Établir la relation traduisant la troisième loi de Kepler pour le mouvement de G autour du Soleil.
6. Trouver l'expression du rayon r en fonction de m, M, T, T' et R et calculer sa valeur.

Exercice 5 : De l'orbite circulaire basse à l'orbite circulaire haute

Johannes Kepler (1571-1630) a établi trois lois décrivant le mouvement des planètes et des satellites naturels. Le mouvement des satellites artificiels autour de la Terre hors atmosphère est également régi par ces lois.

Le transfert d'un satellite artificiel terrestre (S) d'une orbite circulaire basse de rayon r à une orbite circulaire haute de rayon r' s'effectue via une orbite elliptique tangente aux deux orbites circulaires (figure 3). Le centre O de la Terre constitue l'un des foyers de cette trajectoire elliptique.



Www.AdrarPhysic.Fr

Données :

- Rayons orbitaux : $r = 6700\,\text{km}$; $r' = 42\,200\,\text{km}$
- Constante gravitationnelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- Masse de la Terre : $M_T = 6.0 \times 10^{24}\,\text{kg}$
- Propriété de l'ellipse : $OM + O'M = 2a$ (où a est le demi-grand axe)
- Période de rotation terrestre : $24\,\text{h}$

Hypothèses :

- Le satellite (S) est considéré ponctuel
- (S) n'est soumis qu'à l'attraction terrestre
- Étude dans le référentiel géocentrique

1. En utilisant l'équation aux dimensions, déterminer la dimension de la constante G.
2. On note T et T' les périodes respectives de (S) sur l'orbite circulaire basse et haute. Exprimer T' en fonction de T, r et r'. Calculer la valeur de T' sachant que (S) est géostationnaire sur l'orbite circulaire haute.
3. On considère le point E appartenant au petit axe de la trajectoire elliptique défini par $\overrightarrow{OE} = OE \cdot \vec{u}$ avec $\|\vec{u}\| = 1$. Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a_S}$ de (S) au point E en fonction de G, M_T et OE. Calculer $\vec{a_S}$ au point E.

Exercice 6 : Étude du mouvement d'un satellite artificiel

Le satellite HOTBIRD apparaît immobile pour un observateur fixe sur la surface de la Terre. Ce satellite est utilisé pour les télécommunications et les émissions radio et télévisées. Les paraboles fixées à la surface de la Terre et orientées vers le satellite HOTBIRD captent les ondes électromagnétiques sans nécessiter de dispositif de suivi.

Données :

- Masse de la Terre : $M_T = 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$
- Rayon terrestre : $R = 6400\,\text{km}$
- Constante gravitationnelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$
- Période de rotation terrestre : $T = 23\,\text{h}\,56\,\text{min}\,4\,\text{s}$
- Altitude du satellite : $h = 36\,000\,\text{km}$

1. La parabole et la réception des ondes

Une parabole est fixée sur le toit d'une maison à la latitude $\lambda = 33,5°$.

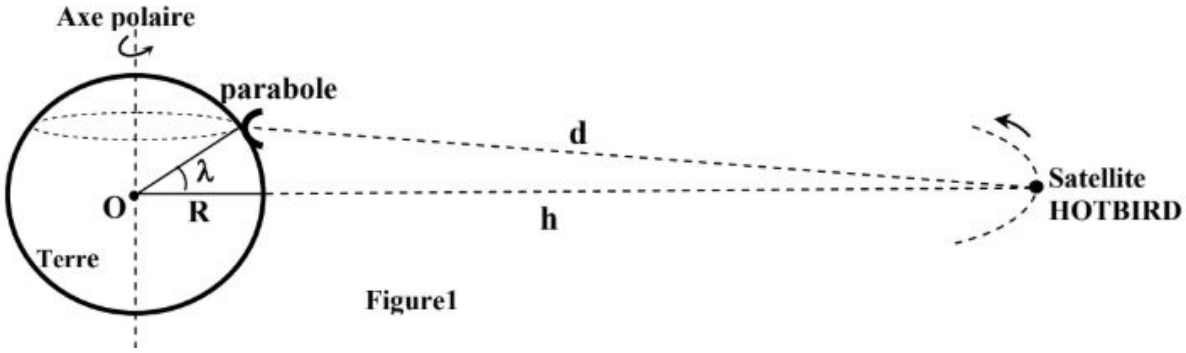


Figure1

1.1

Calculer dans le référentiel géocentrique la vitesse v_p de la parabole (supposée ponctuelle).

1.2

Justifier pourquoi la parabole n'a pas besoin de système rotatoire pour suivre le satellite HOTBIRD.

2. Étude du mouvement du satellite HOTBIRD

On assimile le satellite à un point matériel de masse m_s.

2.1

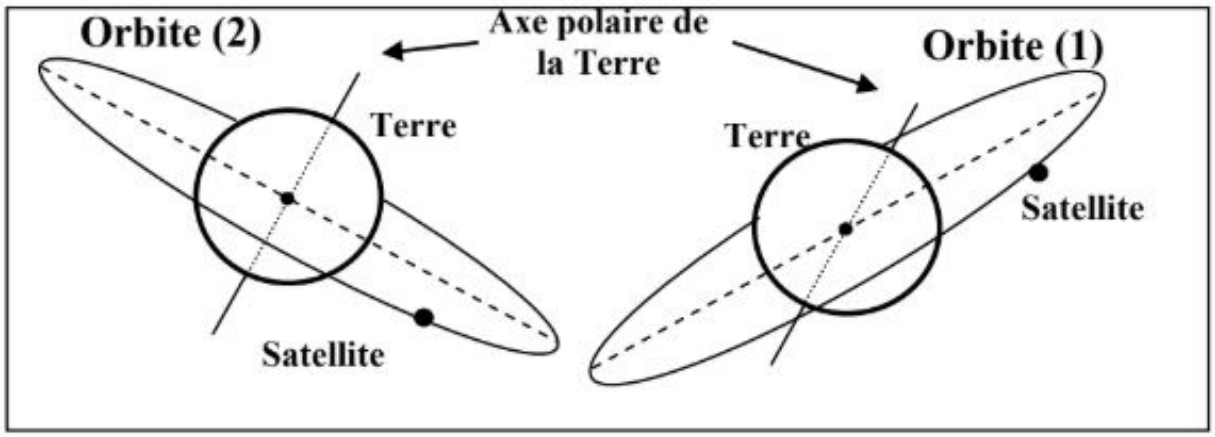
Établir l'expression de la vitesse v_s du satellite en fonction de G, M_T, R et h, puis calculer v_s.

2.2

Choisir l'orbite correspondant au satellite HOTBIRD parmi les deux options (justifier) :

a) Orbite (1)

b) Orbite (2)



Exercice 7

A. La Terre satellite du Soleil

On suppose que la Terre, assimilable à un point T de masse M_T, est animée dans un plan P d'un mouvement circulaire uniforme (rayon orbital r_T, vitesse linéaire V_T, période T_T, vitesse angulaire ω_T), centré sur le Soleil de masse M_S.

Www.AdrarPhysic.Fr

1.

Calculer numériquement V_T en $\mathrm{km\,s^{-1}}$.

2.

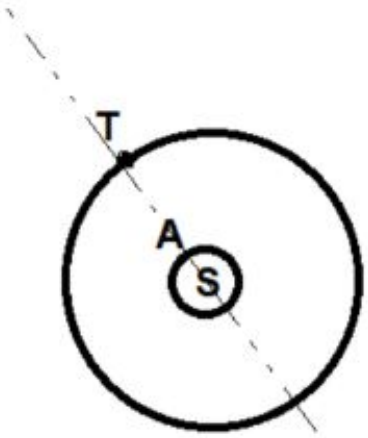
La Terre a ce mouvement car soumise à une force $\vec{F}_{S/T}$. Déduire g_T, le champ de gravitation subi par la Terre. Le calculer en $\mathrm{mm\,s^{-2}}$.

3.

Exprimer T_T en fonction des paramètres de l'exercice, puis déduire la relation décrivant la troisième loi de Kepler.

B. SOHO satellite du Soleil

On envisage d'envoyer autour du Soleil un satellite d'observation A de masse M_A, décrivant dans le plan P une orbite circulaire uniforme (rayon r_A, vitesse V_A, période T_A, vitesse angulaire ω_A), soumis uniquement à l'attraction solaire.



4.

Est-il possible que les centres du Soleil, de la Terre et du satellite restent alignés avec ces hypothèses ? Sinon, sous quelle condition ?

5.

En réalité, le satellite subit aussi l'attraction terrestre (plus faible que l'attraction solaire si le rapport est inférieur à 3,5%). On cherche toujours à maintenir l'alignement des trois centres.

5.1.

Représenter par un schéma les champs de gravitation $\vec{g}_S$ et $\vec{g}_T^*$ créés par le Soleil et la Terre en A.

5.2.

Exprimer l'intensité g^* du champ résultant en A en fonction de M_S, M_T, r_T et $d = r_T - r_A$.

5.3.

Pour $d = 1.475\,\mathrm{Gm}$, calculer l'accélération du satellite en $\mathrm{mm\,s^{-2}}$.

5.4.

Calculer le rapport g_T^*/g_S. Commenter.

Www.AdrarPhysic.Fr

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 1.99 \times 10^{30}\,\text{kg}$
- Masse de la Terre : $M_T = 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$
- Période terrestre : $T_T = 3.1458 \times 10^{7}\,\text{s}$
- Rayon orbital terrestre : $r_T = 1.495 \times 10^{11}\,\text{m}$
- Distance Terre-satellite : $d = r_T - r_A = 1.475\,\text{Gm}$
- Constante gravitationnelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$

Exercice 8 : Étude du satellite SOHO

Le satellite SOHO, d'observation solaire, a été lancé en 1995. Il se trouve au point de Lagrange L_1, situé entre la Terre et le Soleil. Ce satellite reste constamment à la même distance du Soleil sur la droite joignant le centre de la Terre au centre du Soleil.

Hypothèses

- Terre et Soleil ont une répartition de masses à symétrie sphérique
- Mouvement circulaire uniforme de la Terre autour du Soleil

Questions

1. En ne considérant que l'interaction Terre-Soleil, exprimer la vitesse angulaire ω de rotation de la Terre autour du Soleil (dans le référentiel héliocentrique) en fonction de :
   - G : constante gravitationnelle
   - M_s : masse du Soleil
   - a : distance Terre-Soleil
2. Comparer les vitesses angulaires de la Terre et de SOHO autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique.
3. Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ du satellite en fonction de :
   - G, M_s, a
   - x : distance Terre-satellite
   - Avec $M_s = K \cdot m_T$ (masse Terre)
4. En appliquant la deuxième loi de Newton au satellite (soumis aux actions du Soleil et de la Terre), établir une relation entre a, x et K.
5. Sachant que $\frac{x}{a} \ll 1$ et en utilisant l'approximation $(1+\epsilon)^n \approx 1 + n\epsilon$ pour $\epsilon \ll 1$:
   - Établir que $x = \frac{a}{\sqrt[3]{3K}}$
   - Calculer x avec :
     - $a = 1.50 \times 10^{11}\,\text{m}$
     - $K = 3.33 \times 10^{5}$ (sans unité)

Exercice 9 : Étude des satellites de Saturne

En juillet 2004, la sonde européenne Cassini-Huygens a livré ses premiers clichés des anneaux de Saturne et de Titan, son plus gros satellite, situé à une distance R_t de Saturne. L'excentricité orbitale étant très faible, on considère les trajectoires comme circulaires.

Référentiel et hypothèses

- Référentiel saturno-centrique (centré sur Saturne avec axes fixes vers trois étoiles lointaines)

Www.AdrarPhysic.Fr

— Saturne et ses satellites ont une répartition de masse à symétrie sphérique
— Rayons orbitaux grands devant la taille des satellites

Données

— Constante gravitationnelle : $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
— Rayon orbital de Titan : $R_T = 1.22 \times 10^6\,\mathrm{km}$
— Masse de Saturne : $M_s = 5.69 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}$

1. Forces

Considérant que la seule force gravitationnelle sur Titan provient de Saturne :
— Représenter sur un schéma Saturne, Titan et la force exercée
— Donner l'expression vectorielle de cette force

2. Mouvement de Titan

a) Montrer que le mouvement de Titan est uniforme
b) Déterminer l'expression de la vitesse V de Titan
c) Définir la période T_T de révolution et montrer que $T_T = 15.9\,\mathrm{jour}$

3. Satellite Encelade

La sonde Cassini a survolé Encelade en février 2005. Dans le référentiel saturno-centrique :
— Mouvement circulaire uniforme
— Période $T_E = 1.37\,\mathrm{jour}$
— Déterminer le rayon orbital R_E

Exercice 10

Es'hailSat-2 est un satellite géostationnaire qatari qui apparaît immobile pour un observateur terrestre. Il est utilisé pour les communications radio et télévisées de haute qualité, notamment pour la couverture de la Coupe du Monde 2022. Il a été placé sur orbite le 15 novembre 2018.



Objectif

Cet exercice vise à étudier le mouvement du satellite Es'hailSat-2 et déterminer certaines grandeurs physiques caractéristiques.

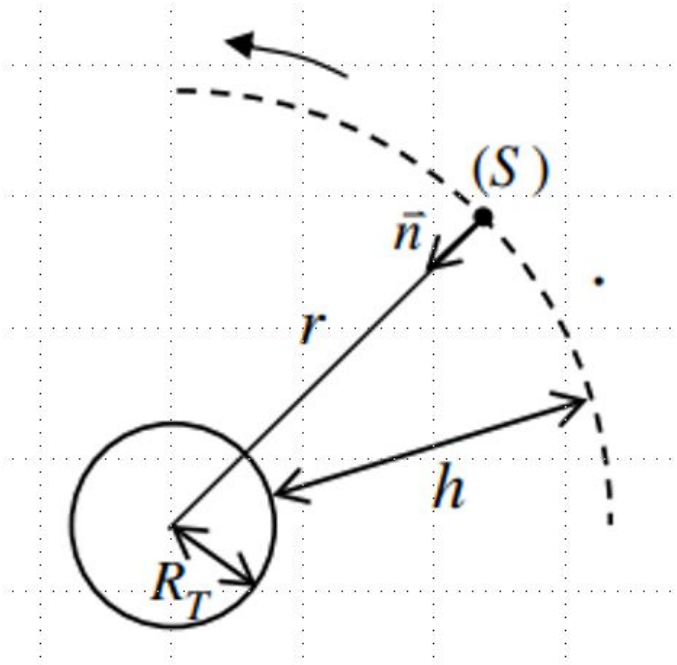
Www.AdrarPhysic.Fr

Données

- Rayon terrestre : $R_T = 6400\,\text{km}$
- Période de rotation terrestre : $T_T \approx 24\,\text{h}$
- Masse du satellite : $m_s = 5300\,\text{kg}$

Partie 1 : Étude du mouvement orbital

On considère le satellite (S) Es'hailSat-2 de masse m_s en orbite circulaire à une altitude h et un rayon r, soumis uniquement à la force gravitationnelle terrestre $\vec{F}_{T/S}$.

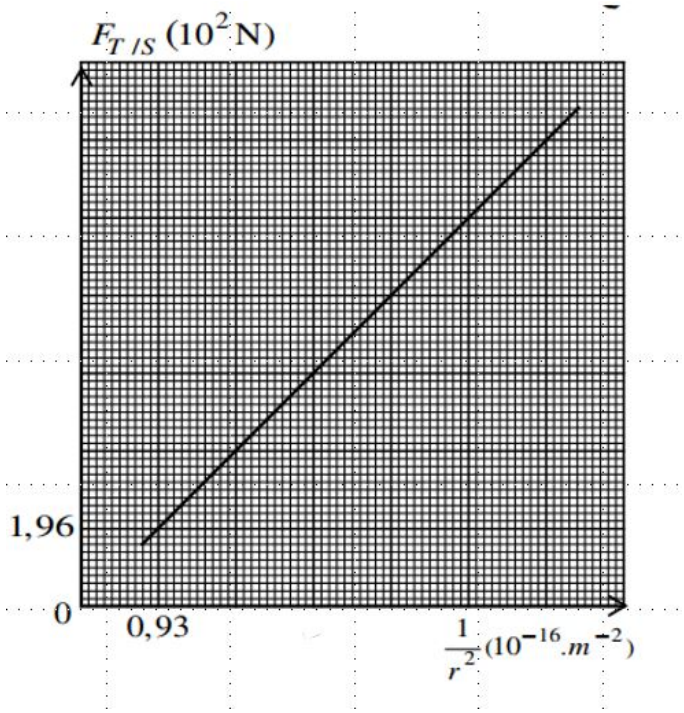


1. Définir le référentiel approprié pour étudier ce mouvement.
2. Reproduire la figure 1 et représenter :
   - Le vecteur vitesse orbitale $\vec{v}$
   - Le vecteur force gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$
3. Exprimer vectoriellement $\vec{F}_{T/S}$ en fonction de :
   - M_T (masse terrestre)
   - G (constante gravitationnelle)
   - m_s
   - $\vec{n}$ (vecteur unitaire radial)
4. En appliquant la deuxième loi de Newton au centre d'inertie (S) :
   - Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération
   - En déduire la nature du mouvement

Partie 2 : Détermination des caractéristiques orbitales

La simulation du mouvement a donné les résultats suivants :

Www.AdrarPhysic.Fr



1. Établir l'équation de la droite et en déduire la constante $K = GM_T$
2. Sachant que $F_{T/S} = 11.8 \times 10^2$ N, calculer :
   - L'altitude h
   - La vitesse orbitale v
   - La période orbitale T_s
3. Le satellite Es'hailSat-2 est-il géostationnaire ? Justifier.

Www.AdrarPhysic.Fr