Thermodynamique appliquée aux machines thermiques: Exercices et Problèmes

Alexis Coppalle

▶ **To cite this version:**

Alexis Coppalle. Thermodynamique appliquée aux machines thermiques: Exercices et Problèmes. Engineering school. thermodynamique-appliquee-aux-machines-thermiques, https://www.coria.fr/thermodynamique-appliquee-aux-machines-thermiques-exercices-et-problemes/, France. 2023, pp.104. ⟨hal-04209411⟩

HAL Id: hal-04209411

https://hal.science/hal-04209411v1

Submitted on 17 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons CC0 1.0 - Universal - International License

J’ai été enseignant de 1993 à 2019 dans les départements « Energétique et Propulsion (EP) » et « Génie Civile et Constructions Durables (GCCD) » de l’INSA de Rouen.
Mes enseignements ont porté principalement sur:
– La thermodynamique phénoménologique, appliquée aux machines thermiques, enseignement dispensé en 1ère année du département EP, c’est à dire à bac+3.
– Une introduction à la physique du feu, enseignement dispensé en 3ère année du département GCCD, c’est à dire à bac+5.
En tant que chercheur, j’ai fait ma carrière à l’UMR 6614 CORIA, et depuis 2019 je suis Professeur Emérite de l’INSA de Rouen.

Je fournis avec ce document des

Exercices et problèmes de thermodynamique appliqués aux machines thermiques.

Ils correspondent à l’ensemble des exercices et problèmes que j’ai rédigés pour évaluer les élèves du département EP. L’enseignement était étalé sur toute l’année, et les volumes horaires étaient de 30 h de cours magistraux et 30 h de travaux dirigés.
Dans certains cas, je me suis inspiré de ce que j’ai trouvé sur internet. Il me semble donc important pour moi de faire profiter maintenant à d’autres cette ressource en exercices et problèmes.
Cette ressource est divisée en deux parties:

– Propriétés-Matière Phénomènes,

ce qui correspond à la première moitié de mon enseignement, et pour lequel je rappelle ou approfondis les propriétés des fluides réels et les phénomènes que l’on rencontre souvent dans les échanges de chaleurs et de masse se produisant dans les machines thermiques

– Machines Thermiques,

ce qui correspond à la deuxième moitié de mon enseignement, et pour lequel je rappelle ou approfondis les propriétés et les efficacités des machines thermiques.

Chaque cas étudié est une partie d’un sujet d’examen de deux heures généralement.
Je fournis à chaque fois un résumé de la solution.
Cordialement

A. Coppalle

Propriétés-Matière Phénomènes,

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE D'UNE BULLE DE SAVON

On considère une bulle de savon dans l'air. On suppose que l'état thermodynamique de la frontière liquide est parfaitement déterminé si on connait sa température T et sa surface totale σ.

Au cours d'une transformation infinitésimale réversible, T varie de dT et σ de $d\sigma$.

La chaleur échangée par la surface liquide est

$$\delta Q = m\, c\, dT + k\, d\sigma$$

et le travail des forces de tension superficielle est

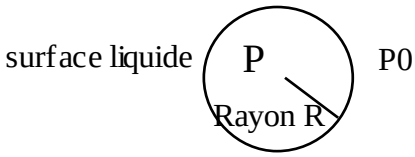
$$\delta W = A\, d\sigma$$

A désigne la tension superficielle du liquide et A est une fonction linéaire de T

Pour l'eau: $A = -10^{-4}\, T(K) + 0.1$ dans le système (SI),

$c = 4{,}18\ 10^{3}$ (J/Kg), Masse de la bulle $m = 10^{-6}$(SI), rayon de la bulle 10^{-2}(SI), T=293 K.

On montre que la pression P à l'intérieur de la bulle et la pression P0 sont liées par la relation



$$P - P0 = 2\, A/R, \quad \text{avec } P0 = 10^{5}\ (SI) \qquad (1)$$

1°) - *En utilisant le 1er et le 2ème principes, montrer que k est une fonction de T et de dA/dT.*
A.N.: calculer k à l'aide des données numériques fournies.

2°) On cherche à étudier les variations du rayon R et de la surface de la bulle en fonction de la température ambiante T.

- *Avec la relation (1) et en considérant l'air à l'intérieur de la goutte comme un gaz parfait, montrer que*

$$(P/(P-P0)+k/A)\, dT/T = (3P/(P-P0)-1)\, dR/R$$

- *A.N.: montrer que pour les données fournies ci-dessus, on a*

$$dT/T \approx 3\, dR/R$$

et donc: $dT/T \approx 3/2\, d\sigma/\sigma$

3°)- *A l'aide des résultats obtenus dans les questions 1 et 2, montrer que l'on peut négliger le terme k dσ dans la chaleur échangée par la bulle au cours d'une transformation réversible.*

Réponses

1°) dU= m cdT + (k+A)dσ

dS= m cdT/T + (k+A)dσ/T

dU et dS sont des différentielles totales exactes

$\left.\frac{\delta mc}{\delta\sigma}\right|_P = \left.\frac{\delta k+A}{\delta T}\right|_\sigma$ et $\left.\frac{\delta mc/T}{\delta\sigma}\right|_P = \left.\frac{\delta k/T}{\delta T}\right|_\sigma$, ===> $k = -T\left.\frac{\delta A}{\delta T}\right|_\sigma$

Comme A ne dépend que de T : $k = -T\frac{dA}{dT}$

2°) P-P0 = 2 A/R ===> R(P-P0) = 2 A ===> $\frac{dR}{R} + \frac{dP}{P} = \frac{dA}{A}$

-On $\frac{dA}{A} = -\frac{k}{A}\frac{dT}{T}$

et avec la loi des gaz parfaits PV= nRT, on a $\frac{dP}{P} + 3\frac{dR}{R} = \frac{dT}{T}$

on obtient $\frac{dT}{T}\left(\frac{P}{P-PO} + \frac{k}{A}\right) = \left(\frac{3P}{P-PO} - 1\right)\frac{dR}{R}$

- A.N. P-P0= 2A/R, avec R=0.1m et T= 293°C, on a P-P0= 14,1 pa

  On a donc P≈P0=10^5 Pa

  k/A= 3/7===> $\frac{P}{P-PO} + \frac{k}{A} \ll \frac{P}{P-PO}$ et $1 \ll \frac{3P}{P-PO} - 1$

  ===> dT/T≈3dR/R=3/2dσ/σ

3°) δQ= m c dT + k dσ

on pose a=dA/dT

δQ= 4,18 10^{-3} dT – aTdσ

= 4,18 10^{-3} dT – 2/3aσdT

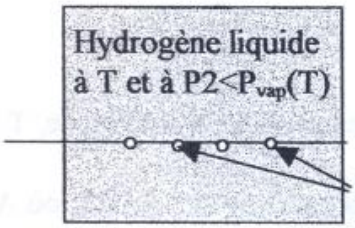
= 4,18 10^{-3} dT – 8Π/3 10^{-8} dT

≈4,18 10^{-3} dT

Rq: cet exercice a pour but de montrer que les calculs thermodynamiques ne se font pas uniquement avec les variable (P,T,V).

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Pour détecter des particules nucléaires, on fait passer celles-ci dans un système appelé 'chambre à bulles'. Il s'agit d'une enceinte contenant de l'hydrogène liquide et la trace des particules est alors détectée par des petites bulles qui se forment aux passages des particules à hautes énergies.
L'hydrogène liquide est détendu, sa pression P2 est inférieure à la pression d'équilibre $P_{vap}(T)$.
L'hydrogène est donc dans un état métastable à la température T. Quand une particule nucléaire passe dans la chambre, il y a un petit apport local d'énergie le long de la trajectoire, ce qui entraîne la formation de bulle de gaz d'hydrogène, celles-ci étant sphériques de rayon r.



Bulles formées immédiatement au passage de la particule nucléaire

Au passage de la particule nucléaire, on constate que si, la bulle est d'un rayon r supérieure à un rayon critique r_c, elle grossit, sinon elle disparaît.

A tout instant, la pression dans la bulle vérifie **la relation P-P2=2A/r**, où A est une constante.
On suppose que la vaporisation et l'augmentation de la taille des bulles est isotherme à la température T.

On va déterminer la pression critique correspondant au rayon r_c.
Question préliminaire : *A partir de la définition de l'enthalpie libre massique g(T,P), retrouver la relation liant dg à dT et dP.*

1°) *Calculer les variations d'enthalpie libre massique Δg de :*
- *l'hydrogène liquide qui passe de P_2 à $P_{vap}(T)$,* (liquide incompressible et indilatable)
- *l'hydrogène gazeux qui passe de P_c à $P_{vap}(T)$,* (hypothèse de gaz parfait)

2°) en déduire la pression critique de formation des gouttes correspondant au rayon critique r.
On supposera que, quand une bulle apparaît, il y a immédiatement égalité des enthalpies libres massiques entre la phase liquide et la phase vapeur, c.a.d. $g_l(T,P_2)=g_v(T,P_c)$.
On exprimera Pc en fonction de $P_{vap}(T)$, P2, T, v_l le volume massique de l'hydrogène liquide.
On suppose connue $r=R/M_{H2}$.
3°) En déduire l'expression de r_c.
4°) A.N. Calculer P_c et r_c pour les valeurs suivantes (en SI) :
$T=26,5$ K ; $P2=2.\ 10^5$, $P_{vap}(26,5)=4.5\ 10^5$, $A= 9\ 10^{-4}$
$R=8,32$ et $M_{H2}=0.002$ (SI). Dans les conditions de la chambre, on prendra $v_{h2}=1/58$ (SI)

Réponses

Question préliminaire: $g=h-Ts$ ===> $dg= -sdT+vdP$, avec v le volume massique

1°) $dg_l= -s_l dT+v_l dP$ ===> $\Delta g_l= v_l\,(Pvap(T)-P2)$

$dg_v=-s_v dT+v_v dP$ ===> $\Delta g_v= rT\ Ln(P_{vap}/P_C)$

2°) à l'équilibre : $g_l(T,P_{vap})= g_v(T,P_{vap})$

Mais on admet aussi (voir énoncé) qu'il y a égalité des enthalpies libres au moment ou apparait une bulle de gaz : $g_l(T,P_2)= g_v(T,P_c)$

===> $\Delta g_l=\Delta g_v$ ===> $v_l\,(Pvap(T)-P2)= rT\ Ln(P_{vap}/P_C)$

3°) $r_c= 2A/(P_C-P_2)$

4°) A.N.: $P_c= 4{,}32\ 10_5$ Pa, $r_c= 7{,}76$ nm

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE DE LA COMPRESSIBILITE DE L'EAU

1°) (question de cours)
Rappeler la définition des coefficients calorimétriques c_v, c_p, l et k.
En appliquant les deux premiers principes, *établir les relations suivantes* pour les coefficients calorimétriques l, c_p et c_v .

$$l = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \quad \text{et} \quad c_p - c_v = l\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

2°) les coefficients thermo-élastiques χ_t et α sont définis par :

$$\chi_T = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

2°)-a *calculer la différence c_p-c_v en fonction de T, v, χ_t et α*
2°)-b On donne pour l'eau : c_p= 4.18 10^3 ; α= 3 10^{-4} ; χ_t= 5 10^{-10}, ρ= 10^3 (SI et à 293 K).
Calculer à 293 K l'écart relatif entre c_p et c_v .

3°) Variation de la masse volumique ρ de l'eau avec la pression.
3°)-a Pour une masse m d'eau fixée, *donner l'expression* de

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T = f(\chi_T, \rho)$$

3°)-b Soit une colonne d'eau de hauteur z et de température constante. En intégrant la relation ci-dessus, *donner la relation*

$$\frac{\rho(z}{\rho o} = f(P(z), Po, \chi_T)$$

en supposant que χ_t est constant. P(z) est la pression en z et Po la pression en z=0 ; ρ(z) la masse volumique en z et ρo celle en z=0.
Donner la limite de cette expression avec χ_t<<1. (Rappel si X<<1 ; e^X= 1.+X+…)
3°)-c La loi de l'hydrostatique est

$$dP = -\rho(z)\, g\, dz$$

Intégrer cette relation entre 0 et z, avec α_T<<1
Montrer que la différence de pression ΔP=Po-P(z) peut se mettre sous la forme :

$$\Delta P = Po - P(z) = \rho o\, g\, z + \delta\Delta P,$$

le premier terme de droite est la différence de pression si ρ=cst et $\delta\Delta$P est un terme correctif que l'on exprimera en fonction de χ_t et ΔP.
(Rappel si X<<1 ; Ln(1+X)= X-X^2/2+…)
En prenant z= 10 km, *donner l'ordre de grandeur de la correction relative $\delta\Delta P/\Delta P$* à apporter au terme ρo g z (ρo=10^3 ; g=10 (SI))

Réponses

1°) soit δq une quantité de chaleur échangée par un système compressible et dilatable :

$dq= c_v\, dT + l\, dv$ ou $dq=c_p\, dT + k\, dP$

-donc $du= cv\, dT + (l-P)dv$

$ds= cv\, dT/T + l dv/T$

du et ds sont des différentielles totales exactes : $\left(\frac{\partial l-P}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial cv}{\partial v}\right)_T$ et $\left(\frac{\partial cv/T}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial l/T}{\partial T}\right)_v$

donc $l = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$

- Faisons intervenir cp : $du= cv\, dT + (l-P)dv$

$du= cp\, dT + kdP-Pdv$

on a $dv = \frac{\partial v}{\partial T}\, dT + \frac{\partial v}{\partial P}\, dP$, en remplaçant dans du, on obtient $cp - cv = l\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$

2°-a) $cp - cv = l\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ ===> $cp - cv = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \alpha v$

On a $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T = -1$ ===> $cp - cv = T\,\alpha^2\, v\, /\chi_T$

2°-b) $\frac{cp-cv}{cv} = 0{,}0126$

3°-a) ρ=1/v, donc $\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T = \chi_T \rho$

3°-b) si T=cst ===> $d\rho/\rho= \chi_T dP$ ===> $\rho(z)/\rho_o= \exp[\chi_T(P(z) - Po)]$

Si $\chi_T \ll 1$, $\rho(z)/\rho_o= 1+ \chi_T(P(z) - Po)$

3°-c) $dP= -\rho\, gdz= -\rho_o\, [1+ \chi_T(P(z) - Po)]\, gdz$ ===> $Ln[1+\chi_T(P(z) - Po)= - \rho_o\, \chi_T\, gz$

Avec l'approximation de l'énoncé : $\chi_T(P(z) - Po) - \left(\chi_T(P(z) - Po)\right)^2/2 = - \rho_o\, \chi_T\, gz$

===> $\delta\Delta P= \left(\chi_T(P(z) - Po)\right)^2/2$, $\delta\Delta P/\Delta P= \rho_o\, \chi_T\, gz/2 = 2{,}5\ 10^{-3}$

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

Rappel et questions de cours sur un gaz parfait

On considère un gaz parfait dont la constante massique est r, ses paramètres d'état sont T, P et v (le volume massique). On néglige son énergie cinétique et son énergie potentielle.
Les capacités calorifiques massiques du gaz, c_p et c_v, sont connues et sont constantes.
On rappelle que $c_p - c_v = r$

-Rappeler la loi massique des gaz parfaits.

-Rappeler les expressions, du et dh, des variations de l'énergie interne et de l'enthalpie du gaz au cours d'une transformation infinitésimale.

-Rappeler l'expression du premier principe pour un système ouvert à une entrée et une sortie en régime permanent, et qui échange du travail utile δw^u (J/kg) et de la chaleur δq (J/kg). Que représente exactement δw^u ?

L'échange de chaleur dans une transformation réversible est donné par $\delta q = c_p\, dT + k\, dP$.

-A l'aide des expressions de du et dh, montrer que k=-v

-A l'aide de l'enthalpie, montrer que $\delta w^u = v dP$ au cours d'une transformation réversible infinitésimale.

-Rappeler l'expression de la variation ds de l'entropie au cours d'une transformation infinitésimale.

-En déduire l'expression de la variation $\Delta s_{1\text{-}2}$ quand la température varie de T1 à T2 et la pression de P1à P2.

Remarque : toutes ces expressions seront utiles pour la suite.

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

Soit un compresseur d'air qui permet de faire passer la pression de P_1 à P_2 .
L'air est considéré comme un gaz parfait.
On donne $\gamma = c_p/c_v$; *-Montrer que* $c_p = r\gamma / (\gamma - 1)$.

1°_a) **La compression est réversible et adiabatique**

-A partir de l'expression de $\Delta s_{1\text{-}2}$, démontrer la relation $P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma}$,
ce qui s'écrit de façon plus générale : $P v^{\gamma} = Ks$, ou Ks est une constante.

- En déduire le travail utile $w_s^u = \int \delta w^u$ échangé au cours de la transformation en fonction de r, γ, et des conditions initiale et finale de température.

1°_b) Application numérique :
le gaz est de l'air ; γ =1,4 et r= 286,9 (SI). la température initiale est T_1=300K

-Calculer la température finale de compression T_2 si le rapport de compression est $P_2/P_1 = 10$

-Calculer la valeur du travail utile w_s^u.

2°_a) **La compression est réversible et isotherme**

- Quelle est la relation entre v et P au cours de la transformation ?

- Calculer le travail $w_T^u = \int \delta w^u$ échangé au cours de la transformation,la température initiale est T_1.

- En déduire la chaleur échangée q_T.

2°_b) Application numérique : la température initiale est T_1=300K et $P_2/P_1 = 10$.

-Calculer le travail utile w_T^u.

3°) **La compression est réversible mais polytropique**.

La compression réversible dans un compresseur n'est ni isotherme ni isentrope. La température varie mais il y a aussi un échange de chaleur. L'analyse de la transformation réelle subie par le gaz montre qu'elle peut être représentée par une nouvelle loi : $P v^n = K_{poly}$, ou n et K_{poly} sont des constantes.
n est le coefficient polytropique déterminé par l'expérience, avec $1<n<\gamma$ (n= 1 est le cas isotherme, $n=\gamma$ est le cas isentrope).

- En reprenant le raisonnement du 1°-a), calculer le travail utile w_{poly}^u, échangé au cours de la transformation en fonction de n, et des conditions initiale et finale de température.

- Montrer que la chaleur échangée s'écrit $q_{poly} = c_n (T_2 - T_1)$, ou c_n est le coefficient calorimétrique de la transformation polytropique. *Exprimer c_n en fonction de n, γ et r.*

Réponses

Rappel et questions de cours sur un gaz parfait

-$Pv=rT$

-$du=c_v dT$, $dh=c_p dT$

-$dh= \delta q + \delta w^u$. Pour un fluide dilatable et compressible, δw^u est le travail récupéré sur les parties mécaniques mobiles de la frontière du système qui contient le gaz. En général, le dispositif mécanique fait que ce travail est récupéré sur un axe tournant. Attention pour certains dispositifs ne mettant pas en jeu un fluide dilatable et compressible, δw^u n'est pas forcément un travail mécanique, mais il peut être un travail électrique, comme dans les piles à combustibles par exemple.

-$dh=du+dPv$ ===> $dh= c_p dT+(k+v)dP$. Donc pour un gaz parfait $k=-v$

-$dh= \delta q + \delta w^u$ et $\delta q=c_p dT-vdP$ ===> $\delta w^u=vdP$

-$ds= \delta q/T$

-$\Delta s_{1-2}= c_p Ln(T_2/T_1)-r\, Ln(P_2/P_1)$

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

$c_p - c_v = r$ ===> $c_p = r\,\gamma / (\gamma-1)$

1°-a) $\Delta s_{1-2}=0= Ln(T_2/T_1)^{cp} - Ln(P_2/P_1)^r$ ===> $(T_2/T_1)^{cp} = (P_2/P_1)^r$ ===> $P_1^{1-\gamma}\, T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}\, T_2^{\gamma}$

on a $Pv=rT$ ===> $P_1\, v_1^{\gamma} = P_2\, v^{\gamma}$ ===> $P\, v^{\gamma} = Ks$

$w_s^u = \int vdP= Ks^{1/\gamma} \int dP/P^{1/\gamma}$===> $w_s^u = \gamma/(\gamma-1)\, r(T_2-T_1)$

1°-b) $P_2^{1-\gamma}\, T_2^{\gamma}= P_1^{1-\gamma}\, T_1^{\gamma}$ ===> $T_2= 579$ K

$w_s^u = 280{,}1$ kJ

2°-a) $Pv=rT=cst.$ $w_T^u =rT1\, Ln(P2/P1)$

$\Delta h=0$, $q_T= -w_T^u$

2°-b) $w_T^u =198{,}2$ kJ

3°) dans le cas d'une transformation isentrope: $w_s^u =\gamma/(\gamma-1)\, r(T_2-T_1)$

Pour une transformation polytropique, on fait le même raisonnement, il suffit de remplacer γ par n dans la formule de w_s^u : $w_{poly}^u =n/(n-1)\, r(T_2-T_1)$

$\Delta h=0$, $q_{poly}= \Delta h -w_T^u$ ===> $q_{poly}=(c_p- nr/(n-1))(T_2-T_1)$

$c_n=c_p- nr/(n-1)$. Rq : on peut faire retrouver pour des valeurs particulières de n les cas isentrope et isotherme

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Compression isotrope d'un gaz

Rappels

Soit δq la chaleur échangée (par unité de masse).
On définit les coefficients calorimétriques c_v , c_p, l et k par

$\delta q = c_v dT + l dv$ et $\delta q = c_p dT + k dP$

On rappelle que $l = T \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_v$ *et* $k = -T \left.\frac{\partial v}{\partial T}\right|_P$

Cas du gaz parfait :

Rappeler l'équation d'état massique du gaz parfait. On note r=R/M la constante massique des gaz parfaits.
(R= 8,32 (SI) et M masse molaire du gaz)
-en utilisant l'équation d'état, montrer qu'on a

$l = p$; $k = -v$ *et* $c_p - c_v = r$

Compression réversible et adiabatique d'un gaz parfait

1°) *Rappeler l'équation d'état massique du gaz parfait.*
On note r=R/M la constante massique des gaz parfaits. R= 8,32 (SI) et M masse molaire du gaz
-en utilisant l'équation d'état, montrer que :

$l = p$; $k = -v$ *et* $c_p - c_v = r$

2°) *Montrer que* $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dv}{v} = 0$ *avec* $\gamma = c_p/c_v$

3°) $\gamma = c_p/c_v$ est constant.
En intégrant la relation ci-dessus, Montrer que $P v^{\gamma} = Ks$, *ou Ks est une constante*

4°) $\gamma = cp/cv$ n'est plus constant mais dépend de T,
: $\gamma = gT + \gamma_0$ avec g et γ_0 deux constantes.
Montrer que l'on peut écrire

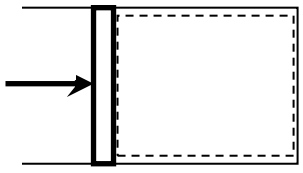
$$\frac{dPv}{Pv} + \left(\frac{g}{r} Pv + \gamma_O - 1\right) \frac{dv}{v} = 0 \qquad (a)$$

Vérifier que $$\frac{1}{Pv\left(\frac{g}{r}Pv + \gamma_O - 1\right)} = \left[\frac{1}{Pv} - \frac{\frac{g}{r}}{\left(\frac{g}{r}Pv + \gamma_O - 1\right)}\right] \frac{1}{(\gamma_0 - 1)} \qquad (b)$$

Déduire des relations (a) et (b) : $\frac{P v^{\gamma}}{(\gamma - 1)} = K_s'$ *, ou* K_s' *est une constante.*

Calcul du travail échangé entre les états 1 et 2

Le gaz parfait effectue une compression adiabatique réversible entre les états 1 et 2.



Etat initial : P1, T1 et v_1
Etat final : P2, T2 et v_2

5°) *Rappeler l'expression de* c_v *en fonction de* γ *et r*
6°) On suppose que γ = cst.
En appliquant le premier principe (pour un système fermé),
Calculer, en fonction de T1 et T2, le travail échangé par le gaz. $W_{1\text{-}2}$.
7°) Application numérique : $v_2 = v_1/10$; P1 = 10^5 Pa ; T1 = 300K ;

γ = 1.4 et r= 8,32/0,029 J/Kg/K (cas de l'air).

- *Calculer la valeur de.* $W_{1\text{-}2}$.
8°) $\gamma = cp/cv$ n'est plus constant mais dépend de T : $\gamma = gT + \gamma_0$ avec g et γ_0 deux constantes.
Calculer la nouvelle expression du travail échangé par le gaz, en fonction de γ_{T1} *et* γ_{T2}.

Compression réversible et adiabatique d'un gaz de Van Der Wall

L'équation d'état massique d'un gaz de Van Der Walls est donnée par

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = rT$$

Ce gaz effectue une compression entre les états 1 et 2 (voir schéma ci-dessus)

9°) *Montrer que :* $l = \frac{rT}{v-b}$

On suppose que c_v est constant et est toujours donné par c_v=r/(γ-1)

On cherche la relation qui relie P et v (Rappel Pv^{γ} =Ks est vrai dans le cas du gaz parfait)

10°) *En exprimant que l'échange de chaleur est nul, montrer que l'on a la relation*

$T\,(v-b)^{\gamma-1} = K_s^{"}$, ou $K_s^{"}$ est une constante

11°) En déduire la relation

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b)^{\gamma} = rK_s^{"}$$

Réponses

Compression réversible et adiabatique d'un gaz parfait

1°) Pv=rT, en utilisant les relations donnant l et k on retrouve l=P et k=-v

On dh=cp dT

= du+dPv=cvdT+drT

===> cp-cv=r

2°) δq=0 ===> cvdT+Pdv

δq=0 ===> cpdT-vdP

===> γ = -v/P dP/dv donc dP/P+γ dv/v=0

3°) Ln(P)= -γ Ln(v)+cst ===> Ln(Pv^{γ})= cst ===> Pv^{γ}= K_s

4°) le résultat du 2°) ne change pas, dP/P+γ dv/v=0

$\frac{dP}{P} + (gT + \gamma_O)\frac{dv}{v} = 0$ ===> $vdP + (g\frac{Pv}{r} + \gamma_O)Pdv = 0$

Mais vdP=dPv-Pv

Donc $dPv + (g\frac{Pv}{r} + \gamma_O - 1)Pdv = 0$

En divisant par Pv : $\frac{dPv}{Pv} + (g\frac{Pv}{r} + \gamma_O - 1)\frac{dv}{v} = 0$

La relation $\frac{1}{Pv\,(\frac{g}{r}Pv+\gamma_O-1)} = \left[\frac{1}{Pv} - \frac{\frac{g}{r}}{(\frac{g}{r}Pv+\gamma_O-1)}\right]\frac{1}{(\gamma_0-1)}$ est facile à montrer

Pour intégrer, on écrit $\frac{dPv}{Pv(g\frac{Pv}{r}+\gamma_O-1)} = -\frac{dv}{v}$, avec la relation précédente

===> $\frac{dPv}{Pv} - \frac{\frac{g}{r}dPv}{(g\frac{Pv}{r}+\gamma_O-1)} = -(\gamma_O - 1)\frac{dv}{v}$

En intégrant : $Ln(Pv) - Ln\left(g\frac{Pv}{r} + \gamma_O - 1\right) = -Ln\left(v^{(\gamma_O-1)}\right) + cst$

===> $\frac{Pv^{\gamma}}{g\frac{Pv}{r}+\gamma_O-1} = K_S'$ ===> $\frac{Pv^{\gamma}}{\gamma-1} = K_S'$

Calcul du travail échangé entre les états 1 et 2

5°) cp-cv=r ===> cv=r/(γ-1)

6°) du=cvdT=δw, en intégrant avec cv=cst ===> $w_{1-2} = c_v(T_2 - T_1)$

7°) A.N. : w_{1-2}= 324,9 10^3 J

8°) du= cvdT=δw= r/(γ-1)dT, car la relation cp-cv=r est toujours vrai.

$w_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2}\frac{r}{\gamma-1}dT = \int_{T_1}^{T_2}\frac{r}{gT-\gamma_0-1}dT$===> $w_{1-2} = \frac{r}{g}Ln(\frac{\gamma_2-1}{\gamma_1-1})$

Compression réversible et adiabatique d'un gaz de Van Der Wall

9°) $= \frac{rT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$, $l = T\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_v$ ===> $l = \frac{rT}{v-b}$

10°) δq=c_vdT+ldv=0 ===> c_vdT= -rdv/(v-b)

Ln(T)= -r/c_v Ln(v-b)+cst, on a cv=r/(γ-1) ===> $T\,(v-b)^{\gamma-1} = K_s^{"}$

11°) $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = rT = \frac{rK_s^{"}}{(v-b)^{\gamma-1}}$ ===>$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b)^{\gamma} = rK_s^{"}$

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude de la détente de l'eau liquide dans le vide

Questions préliminaires pour l'exercice:
Le volume massique d'un mélange liquide-vapeur est noté $v_{mél}$ et l'énergie interne $u_{mél}(X_v,T)$.
T est la température et X_v le titre massique de vapeur.
-*Montrer avec un raisonnement simple que* $v_{mél}= (1- X_v)\, v_l + X_v\, v_v$
avec v_l et v_v les volumes massiques du liquide et de la vapeur.
_On considère que ce mélange est obtenu par chauffage à partir de l'eau liquide à To.
Exprimer $u(X_v,T)$ en fonction des paramètres d'état.
Les paramètres d'état sont définis par :

- P_{vap} la pression de vapeur à la température T
- c_l est la capacité calorifique du liquide indilatable et incompressible, c_l est constant,
- L_{vap} est la chaleur latente de vaporisation,
- v_l et v_v les volumes massiques du liquide et de la vapeur à T et Pvap.
- On notera u_o l'énergie interne massique de l'eau liquide à T_o.

-*Rappeler l'expression massique de la loi des gaz parfait*.

Les caractéristiques de l'eau sont rappelées ci-dessous.
- Masse molaire M_{H2O}=0.018 kg,
- masse volumique de l'eau liquide $\rho_l=10^3$ kg/m3.
- La chaleur latente de vaporisation est supposée constante et égale à L_{vap}= 2350 kJ/kg.
- La pression de vapeur à l'équilibre est donnée par

$Ln(P_{vap})= 25,083 –5084/T$
avec P_{vap} en Pa et T en Kelvin.

- La vapeur d'eau est un gaz parfait, et la constante massique des gaz parfaits est r_{h2o} = 8,32/0,018 (SI)

Vapeur sèche et vapeur saturante de l'eau.

On introduit m_0=1g d'eau liquide dans un récipient indéformable de volume V_0=1 litre, et initialement vide. Une partie de l'eau se vaporise et on étudie l'état d'équilibre atteint.
On note V_v, le volume de vapeur à l'équilibre dans le récipient et V_l le volume du liquide.
1°) *calculer le volume initial $V_{l,0}$ du liquide dans le récipient.*
2°) **La température initiale est T_{ini}=323 K et le récipient est maintenu à cette température.**
L'objectif est de déterminer le titre en vapeur X_v de l'état final.
2°-a) *Quel serait le volume $V_{v,max}$ de vapeur à l'état saturé si toute l'eau liquide était vaporisée ? Montrer qu'il reste de l'eau liquide dans le récipient en fin de détente.*
Pour simplifier les calculs, on admettra que le volume occupé par la vapeur est très supérieur au volume de liquide. *Avec cette hypothèse, calculer le titre massique Xv de vapeur.*
Faire l'application numérique.
2°-b) *Montrer que si on ne néglige pas le volume du liquide, alors $Xv=(V_0-V_{l,0})/(V_{v,max} - V_{l,0})$,*
avec $V_{l,0}$ le volume initial du liquide dans le récipient.
Faire l'application numérique.

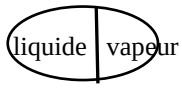
Dans la suite des questions, on néglige le volume occupé par le liquide devant celui de la vapeur
2°-c) *Calculer en fonction des paramètres d'état (T, Xv et L_{vap}), la variation d'énergie interne de l'eau contenue dans le récipient. Faire l'application numérique*
En déduire la chaleur échangée au cours de cette transformation.

3°-a) **La température initiale est T_{ini}=323 K et les parois du récipient sont adiabatiques.**
On suppose que, dans l'état final, il y a du liquide et de la vapeur.
L'objectif est de déterminer la température T_{final} et le titre en vapeur Xv de l'état final.
Faire le bilan d'énergie de la transformation de l'eau au sein du récipient indéformable, et montrer que :

(a) $$X_v = \frac{c_l (T_0 - T_{final})}{L_{vap} - P_{vap} v_v}$$, ou T_{final} est la température finale atteinte

Justifier que $T_{final} < T0$.
3°-b) Combien de paramètres sont inconnus dans la relation (a) ci-dessus ?
Quelle relation supplémentaire peut être écrite pour pouvoir calculer la température et le titre Xv ?
Montrer que :
(b) $$V_0/m_0 = X_v\, v_v$$
La résolution des équations (a) et (b) n'est pas analytique. Mais on peut estimer une valeur de T (ou de X_v) graphiquement. *Proposer et expliquer succinctement une méthode*.
En appliquant une telle méthode, on trouverait T= 32 °C.
En déduire la valeur du titre massique X_v de la vapeur en fin de détente, et comparer au résultat du 2°)

Réponses

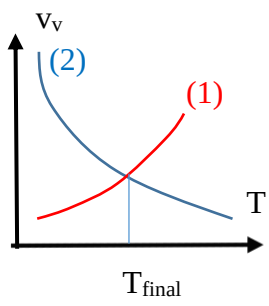


-Soit une masse $m_{mél}$ de mélange liquide vapeur.
Il contient une masse m_l de liquide et une masse m_v de vapeur
Le volume du mélange est $V_{mél}$, celui du liquide V_l et celui de la vapeur V_v
Le volume du mélange : $V_{mél}= V_l + V_v$ ===> $v_{mél}= (V_l + V_v)/ m_{mél}$
(Rappel, les lettres minuscules désignent des quantités massiques)
$v_{mél}= V_l/m_l * m_l/m_{mél} + V_v/m_v * m_v/m_{mél}$ ===> $v_{mél}= v_l * Xl + v_v * X_v$
comme on a $X_{mél}= X_l + X_v$, on retrouve la formule
-calcul de $u(T, x_v)$ à l'aide de deux transformations:
T0, eau liquide ----> Pvap, T, eau liquide ----> Pvap, T, mélange liquide-vapeur
Echange par unité de masse : $c(T-T0)$ $x_v L_{vap} + W_{vap}$
On montre facilement que $W_{vap}= - P_{vap} (v_{mél}- v_l)= - P_{vap} x_v (v_v- v_l)$
===> $\Delta u= u(T, x_v)-u_0= c(T-T0) + x_v L_{vap} - P_{vap} x_v (v_v- v_l)$
$u(T, x_v) = u_0 + c(T-T0) + x_v L_{vap} - P_{vap} x_v (v_v- v_l)$
- $Pv= r_{h2o} T$ pour le gaz parfait, avec r=R/M, M masse molaire

Vapeur sèche et vapeur saturante de l'eau.

1°) $V_{l,0}=m_0/\rho_l = 1cm^3$
2°-a) $P_{vap}(50°C)V_{v,max}=r_{H2O}323$
$Ln(P_{vap})= 25,083 - 5084/T$ ===> $P_{vap}(50°C)=11,42$ kPa ===> $V_{v,max}= 13,07$ l
$V_{v,max} > 1$l , il reste du liquide
$X_v= m_v/m_0$
$P_{vap} v_v= r_{h2o} T$, avec $v_v=V_v/m_v \approx V_0/m_v$ ===> $P_{vap} V_0/m_v = r_{h2o} T$
$m_v = P_{vap} V_0/ (r_{h2o} T)$ ===> $X_v= 7,65\%$
2°-b) $m_l=m_0-m_v$
$V_0=V_l+V_v= m_l/\rho_l + r_{h2o} T\, m_v/P_{vap}= (m_0 - m_v)/\rho_l + r_{h2o} T\, m_v/P_{vap}$
$[V_0- m_0/\rho_l]= [r_{h2o} T/P_{vap} - 1/\rho_l\ ]\ m_v$
$[V_0- m_0/\rho_l]= [m_0\, r_{h2o} T/P_{vap} - m_0/\rho_l\ ]\ X_v$ ===> formule retrouvée
A.N.: $X_v= 7,65\%$, même résultat que précédemment
2°-c) $\Delta U=m_0[u_f - u_i]= m_0[u(T,X_v) - u_l(T)]$
$\Delta U= m_0\, X_v\, [L_{vap} - r_{h\,2o} T]$, avec $v_l << v_v$
$\Delta U= Q$, car il n'y a pas de travail échangé ===>$Q=168$ J (apport de chaleur)
3°-a) le système de masse m0 dans le volume V0 est adiabatique et indéformable
$\Delta U =0$ ===> $U_f = U_i$
$u_0 + c(T_{final}-T_0) + X_v L_{vap} - P_{vap}(T_{final}) X_v (v_v- v_l) = u_0$
===> $X_v = [c(T_0- T_{final})]/ [L_{vap} - P_{vap}(T_{final}) (v_v- v_l)]$
Si on admet $v_l << v_v$, $P_{vap(T_{final})}\, v_v= r_{h2o} T_{final}$,
On ne connait pas T_{final}, mais l'ordre de grandeur de $(r_{h2o} T_{final}) = 149,3\ 10^3$ avec $T_{final}=323$K
$L_{vap}= 2350\ 10^3$ J/kg > $r_{h2o} T_{final}$
Comme $X_v>0$, on en déduit $T_{final}< T_0$
3°-b) Il y a 2 inconnues : T_{final} et X_v, car on connait la relation $P_{vap}=P_{vap}(T)$.
Pour résoudre l'équation (a), il faut une relation supplémentaire $V_0=V_v$ (en négligeant V_l).
En divisant par m_0, on obtient : $V_0/ m_0=X_v\, v_v$
Pour résoudre les relations (a) et (b), afin de trouver T_{final} et X_v, on utilise une méthode graphique.
On a $X_v = [c(T_0- T_{final})]/ [L_{vap} - r_{h2o} T_{final}]$, or on a $X_v=V_0/(m_0 v_v)$

On obtient: $v_v = V_0/(m_0\, [L_{vap} - r_{h2o} T_{final}]/[c(T_0- T_{final})]$ (1)
Et on a aussi : $v_v=r_{h2o} T_{final}/P_{vap}(T_{final})$ (2)
On trouverait $T_{final}= 32°C= 305$ K
A.N. : $X_v=3,2\%$ < cas précédent, ce qui est logique car
On n'a pas apporté de chaleur



INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Vaporisation et Condensation de l'eau dans une enceinte munie d'un piston mobile

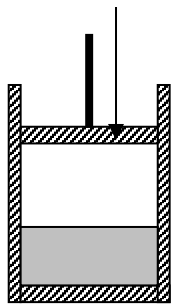
Données pour l'eau
La vapeur d'eau est considérée comme un gaz parfait.
Le volume massique de l'eau liquide est constant et égale à $v_l=10^{-3}$ (SI)
On prendra Lvap= 2450 kJ/Kg ,
La constante massique des gaz parfait pour l'eau r_{h2o} = 8,32/0,018 (SI) et La pression de vapeur saturante est donnée par :

$$Ln(P_{vap}/ P^0_{vap}) = (1/T_0-1/T)\ L_{vap}/ r_{h2o}$$, **P doit être en atm et T en K**

avec P^0_{vap}=1 atm et T0=373 K
1 atm= 1,013 10^5 Pa.

Etude de la vaporisation ou de la liquéfaction d'une masse d'eau enfermée dans un cylindre muni d'un piston mobile.

Piston mobile permettant de diminuer ou d'augmenter le volume du cylindre



Pression extérieure
Ambiante : 1atm
Température extérieure
Ambiante : T_{amb}=20°C

Le dispositif est représenté par le schéma ci-contre.
Le piston mobile est muni d'une poignée pour le faire descendre ou monter, ce qui permet de diminuer ou d'augmenter le volume interne de l'enceinte.
Celle-ci contient initialement une masse m d'eau sous forme liquide et vapeur.

le mélange dans le cylindre est initialement en équilibre à la température Ti=100°C,
et donc à la pression Pi=1atm.
La masse m est égale à 1Kg et le titre initial de vapeur est x_{vi}=0,5.
La vapeur d'eau est considérée comme un gaz parfait dont la constante massique est égale à

$$r_{h2o} = 8,32/0,018 \text{ (SI)}.$$

Calculer la valeur numérique du volume initial Vi du cylindre

les parois du cylindre ne laissent pas passer la chaleur
On pousse le piston mobile (le volume interne du cylindre diminue).
La transformation est très lente de telle sorte que le mélange est toujours à l'équilibre thermodynamique.
On arrête le piston quand la pression finale est de 2 atm et on constate qu'il existe toujours un mélange liquide vapeur.
1°-a) *Calculer la température finale Tf du mélange.*
Faire l'application numérique.
1°-b) Soit $s_{mél}(T,x_v)$, l'entropie massique du mélange liquide vapeur à la température T et avec un titre de vapeur x_v. En partant d'une masse m d'eau liquide à To d'entropie massique so, *donner la relation qui existe entre $s_{mél}$, T, x_v, L_{vap} et c_l (la capacité calorifique de l'eau liquide).*
On supposera que chaleur latente de vaporisation L_{vap} et c_l la capacité calorifique de l'eau liquide sont constantes et connues.
1°-c) *en déduire le titre de vapeur x_{vf} à la fin de la compression.*
Donner la valeur numérique du ce titre sachant que Lvap= 2450 10^3 (SI) et c_l=4,18 10^3 (SI)
1°-d) Soit $u_{mél}(T,x_v)$, l'énergie interne du mélange liquide vapeur à la température T et avec un titre de vapeur x_v. En partant d'une masse m d'eau liquide à To et d'énergie interne uo,
donner la relation qui existe entre $u_{mél}$,T et x_v, sachant que Lvap, c_l et v_l sont constants et connus.
Dans cette formule, on pourra négliger le volume massique v_l de l'eau liquide devant celui de la vapeur v_v.

1°-e) *En déduire le travail effectuer pour comprimer le mélange liquide vapeur*
faire l'application numérique

les parois du cylindre laissent passer la chaleur
On laisse le piston bouger librement
2°-a) *Que va-t-il se passer quand on laisse le cylindre évoluer à la température ambiante ? En particulier comment évoluent pendant les premiers instants la pression et le titre de vapeur à l'intérieur du cylindre ?*
2°-b) *Que va-t-il se passer au bout d'un certain temps ?*
On suppose que la chaleur perdue par unité de temps par le dispositif est constante et égale à 1500 W. *Au bout de combien de temps le piston ne bouge plus ?* On prendra pour la chaleur latente de vaporisation.

Réponses

$V_i = V_{i,l} + V_{i,v} = [(1-X_v)v_l + X_v v_v(Ti)]m$

La vapeur est un gaz parfait: $v_v = r_{H2O} Ti / P_{vap}(Ti)$, $P_{vap}(Ti)$, $1{,}013\ 10^5$ Pa ===> $v_v = 1{,}702\ m^3/kg$

On a $X_v = 0{,}5$, donc $V_i = 0{,}851\ m^3$. (Rq $V_i \approx V_{i,v}$)

les parois du cylindre ne laissent pas passer la chaleur

1°-a) état final: mélange liquide vapeur, donc $Ln(P_{vap}/1) = (1/373 - 1/T_f)\ L_{vap}/\ r_{h2o}$

$P_{vap} = 2$ atm ===> Tf= 392,1 K

1°-b) calcul de $s(T, x_v)$ à l'aide de deux transformations :

T0, eau liquide ----> Pvap, T, eau liquide ----> Pvap, T, mélange liquide-vapeur Xv

Δs par unité de masse : $c_l\ Ln(T/T0)$ $x_v\ L_{vap}(T)/T$

Avec les deux même transformations, on trouvera pour $s(T, x_v)$

$$s(T, x_v) = s_0 + c_l Ln(T/T0) + x_v\ L_{vap}(T)/T$$

1°-c) Transformation adiabatique et réversible: $\Delta s = 0$

===> $c_l Ln(Ti/T0) + x_{vi}\ L_{vap}/Ti = c_l Ln(Tf/T0) + x_{vf}\ L_{vap}/Tf$

On obtient $c_l Ln(Tf/Ti)/L_{vap}(Ti)/Ti = x_{vi}/Ti - x_{vf}/Tf$

A.N. : $x_{vf} = 49{,}2\%$

1°-d) calcul de $u(T, x_v)$ à l'aide de deux transformations :

T0, eau liquide ----> Pvap, T, eau liquide ----> Pvap, T, mélange liquide-vapeur

Echange par unité de masse : $c_l\ (T-T0)$ $x_v\ L_{vap} + W_{vap}$

On montre facilement que $W_{vap} = -P_{vap}\ (v_{mél} - v_l) = -P_{vap}\ x_v\ (v_v - v_l)$

===> $\Delta u = u(T, x_v) - u_0 = c_l\ (T-T0) + x_v\ L_{vap} - P_{vap}\ x_v\ (v_v - v_l)$

$$u(T, x_v) = u_0 + c_l\ (T-T0) + x_v\ L_{vap} - P_{vap}\ x_v\ (v_v - v_l)$$

$$\approx u_0 + c_l\ (T-T0) + x_v\ L_{vap} - X_v\ r_{H2O}\ T$$

1°-e) $\Delta U = m\ \Delta u = \Delta u$ (m=1 kg, d'après l'énoncé)

$\Delta U = W$ ===> $W = c_l\ (Tf-Ti) + (X_{vf} - X_{vi})L_{vap} + r_{H2O}\ (X_{vf}\ Tf - X_{vi}Ti) = 75$ kJ

les parois du cylindre laissent passer la chaleur

2°-a) Le mélange liquide/vapeur perd de la chaleur. Tant qu'il y a un mélange, P=Pvap=1atm et la température (=100°C) ne change pas. Par contre le titre diminue. Le piston descend.

2°-b) Au fur et à mesure des échanges de chaleur avec l'extérieur, le piston descend. Quand il ne reste plus de vapeur, le piston ne bouge plus.

$\Delta U/\Delta t = -1500$ W= $m[(X_{vf} - X_{vi})L_{vap} + r_{H2O}\ (X_{vf} - X_{vi})T]$, avec T=373 K

===> $\Delta t = 759$ s

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

EQUATION D'ETAT POUR UN GAZ REEL

Des mesures ont montré que pour un gaz les coefficients α (dilatation isobare) et χ (compressibilité iotherme) sont données par:

$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{A}{AT+BP}$ $\quad$ $\chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{P} - \frac{1}{AT+BP}$, A et B sont des constantes connues.

-Montrer que l'équation d'état du gaz est donnée, pour une mole, par

PV=RT+ (BR/A) P

ou R est la constante des gaz parfaits. Pour établir cette relation, on se rappellera que le gaz se comporte comme un gaz parfait aux faibles pressions. (PV---> RT quand P---> 0).

Réponse

Rappel

L'équation d'état d'un fluide dilatable et compression est donnée par la relation f(P,T,V)=0.

C'est une surface dans l'espace (P,T,V)

Elle peut aussi s'exprimer sous la forme PV= PV(P,T). P et T sont alors les deux variables indépendantes servant à caractériser le fluide.

On $dV = \left.\frac{\delta V}{\delta T}\right|_P dT + \left.\frac{\delta V}{\delta P}\right|_T dP = \alpha V dT - \chi V dP = \frac{AV}{AT+BP} dT - \left(\frac{1}{P} - \frac{B}{AT+BP}\right) V dP$

On intègre par rapport à T le terme end t: $\frac{dV}{V} = \frac{A}{AT+BP} dT$

On obtient *Ln(V)= Ln(AT+BP)+ g(P)*

$\left.\frac{\delta LnV}{\delta P}\right|_T = \frac{B}{AT+BP} + \frac{\delta g(P)}{\delta P}$ ===> $\left.\frac{\delta V}{\delta P}\right|_T = V\left[\frac{B}{AT+BP} + \frac{\delta g(P)}{\delta P}\right]$

$-\chi V = -\frac{1}{P} + \frac{B}{AT+BP} = V\left[\frac{B}{AT+BP} + \frac{\delta g(P)}{\delta P}\right]$===> $\frac{\delta g(P)}{\delta P} = -\frac{1}{P}$ ===> g(P)= Ln(P)+ cst

On obtient pour Ln(V): *Ln(V)= Ln(AT+BP)-Ln(P)+cst*

Ce qui s'écrit : *Ln(V)= Ln[(AT+BP)/P]+Ln(cst')*

Soit *PV= (AT+BP)cst'*

Si P--->0, PV= ATcst', mais on a un gaz parfait PV=RT, on obtient cst'=R/A

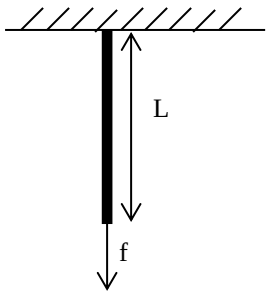
L'équation d'état est: *PV= RT+BR/A P*

Rq: le coefficient calorifique l de ce gaz est égal à celui du gaz parfait.

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude thermodynamique d'un fil métallique

Soit un fil métallique de section s, de longueur L, qui est soumis à une traction f.



On donne :
le coefficient de dilatation thermique (linéaire)

$$\alpha = \frac{1}{L_0}\frac{\partial L}{\partial T}\Big|_P$$ supposé constant ;

le module d'Young

$$E_T = \frac{L_0}{s}\frac{\partial f}{\partial L}\Big|_T$$ supposé constant.

T est la température, L0 la longueur 'à vide' du fil (quand f=0). La section s est constante.
La masse volumique du fil est ρ.

On décide de choisir les variables T et f pour caractériser l'état thermodynamique du fil.

Rappel : Le travail élémentaire échangé par le fil pour un déplacement dL est δW= f dL.

1) *Montrer, à l'aide du premier principe, que la fonction thermodynamique G=U-fL-TS est bien la fonction énergétique associée aux variables T et f.* (Il est recommandé de calculer et de donner sa différentielle)
2) Soit δQ la chaleur échangée. On pose δQ= m cf dT + Kdf avec m la masse du fil
- *A l'aide des fonctions G et de S, montrer que :*

$$K=T\frac{\partial L}{\partial T}\Big|_f$$

3) *En déduire l'expression de K en fonction de T, α et L0.*

4) *En vous aidant de la différentielle de la fonction L=L(T,f), montrer que l' équation d'état est donnée par*

$$L=L0(1+\alpha(T-T0)+ f/(E_T s)) ;$$

L0 est la longueur 'à vide' à la température T0.
5) *montrer que cf est indépendant de f.*
6) On réalise une traction adiabatique réversible de Δf=40 N.
- *Calculer la variation de température ΔT qui est apparaît lors de cette transformation Faire l'application numérique.*
Pour les applications numériques:T0= 20°C, ρ=8 10^3 ; α= 1,2 10^{-5} ; s= 10^{-6} ; cf=460; (SI)

Etude thermodynamique d'un fil élastique

Soit un fil caoutchouc de section s, de longueur L, auquel on fait subir des tractions f.

Par rapport au cas du fil métallique, la section s ne peut plus être considérée comme constante.

On définit le coefficient de dilatation thermique (linéaire) α et le module d'Young E_T.

$$\alpha = \frac{1}{L_0}\frac{\partial L}{\partial T}\Big|_P \; ; E_T = L_0 \frac{\partial \sigma}{\partial L}\Big|_T \text{ avec } \sigma = f/s \text{ la contrainte}$$

Les propriétés de l'élastomère sont telles que E_T n'est pas constant et il dépend à la fois de T et de la longueur L.

$$E_T = 10^4 T\left(1+2\left(\frac{L0}{L}\right)^3\right)$$

1°) calculer la contrainte σ en fonction de T, L et L0.

2°)En supposant que la contrainte σ qui est appliquée reste constante, calculer l'expression littérale de la variation de la longueur δL quand la température varie de δT.

- Quel est le phénomène auquel on assiste quand on chauffe le fil ($\delta T>0$)?

Réponses

Rq : ces deux exercices ont pour but de faire travailler sur des systèmes utilisant d'autres variables d'état que (T,P) ou (T,V)

Etude thermodynamique d'un fil métallique

1°) G=U-fL-TS===> dG=-SdT-Ldf, G=G(T,f)

2°) dS= m c_f dT/T+K df/T, avec la relation précédente et en se rappelant que dG et dS sont des différentielles totales exactes :

$$K = T\frac{\partial S}{\partial f}\Big|_T \text{ et } \frac{\partial S}{\partial f}\Big|_T = \frac{\partial L}{\partial T}\Big|_F \text{ ===> } K = T\frac{\partial L}{\partial T}\Big|_F$$

3°) K=T α L_0

4°) $dL = \frac{\partial L}{\partial T}\Big|_f dT + \frac{\partial L}{\partial f}\Big|_T df$ = L_0 α dT + L_0/(sE_T) df

Comme α, s et E_T sont constants, l'intégration est directe et on retrouve l'équation d'état.

5°) dS= m c_f dT/T+K df/T,

dS est une différentielle totale exacte : $m\frac{\partial Cf/T}{\partial f}\Big|_T = \frac{\partial K}{\partial T}\Big|_F$ ===> $\frac{\partial Cf}{\partial f}\Big|_T = 0$

6°) dS= 0 ===> dT/T = - α L_0/ (m c_f) df ===> Ln(1+ΔT/T_0) = - α L_0/ (m c_f) Δf ,

$\Delta T \approx -\alpha T_0/(\rho s c_f)\Delta f = -3{,}8\ 10^{-2}$ °C

Etude thermodynamique d'un fil élastique

1°) $E_T = 10^4 T[1 + 2\left(\frac{L}{L_0}\right)^3]$ donc $\frac{\partial \sigma}{\partial L}\Big|_T = 10^4 \frac{T}{L_0}[1 + 2\left(\frac{L}{L_0}\right)^3]$

On intègre à T=cst ===> $\sigma = 10^4 T\left[\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L}{L_0}\right)^2\right] + \varphi(T)$

Quand L=L_0 on f=0 donc φ(T)=0, $\sigma = 10^4 T\left[\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L}{L_0}\right)^2\right]$

2°) dσ =0 ===> $\frac{\delta L}{L} = -\frac{\left[\left(\frac{L}{L_0}\right)^3 - 1\right]}{\left[\left(\frac{L}{L_0}\right)^3 + 2\right]}\frac{\delta T}{T}$

Si δT>0 ====> δL<0, le fil se raccourcit.

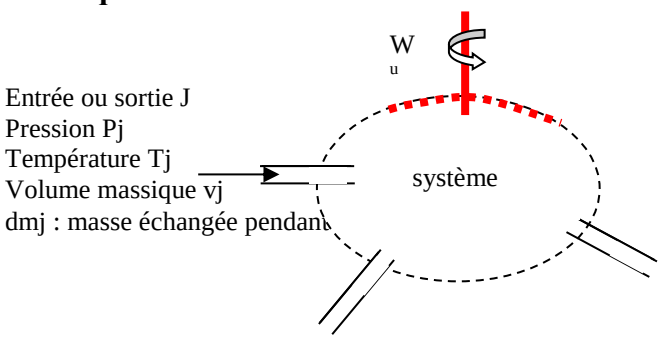
Rq : le coefficient de dilatation thermique α ne peut plus être considéré constant, comme dans le cas du fil métallique. On montre que $\alpha = \frac{1}{E_T}\frac{\partial \sigma}{\partial T}\Big|_L$ avec $\frac{\partial \sigma}{\partial T}\Big|_L = 10^4[\frac{L}{L_0} - \left(\frac{L}{L_0}\right)^2]$

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Fuite d'un réservoir d'ammoniac liquide

Questions de cours

1°) Soit un système ouvert à plusieurs entrées ou sorties.
On néglige les énergies cinétiques et de pesanteur.
Certaines parties du système sont mobiles et reliées à un axe sur lequel on récupère du travail utile W^u.
En appliquant le 1er principe,
montrer que la variation d'énergie interne dU du système pe
est donnée par $dU = \partial W^u + \partial Q + \sum_j h_j dm_j$



avec δW^u le travail utile et δQ la chaleur échangés par le système pendant dt.
h_j est l'enthalpie du fluide dans les conditions de l'entrée/sortie J.
2°) Le système est à une entrée 1 une sortie 2. Si le système est dans un régime permanent, c'est-à-dire que son énergie interne U ne varie pas, *Montrer que dans ce cas*

$$\delta h_{1-2} = \delta q_{1-2} + \delta w^u_{1-2}$$

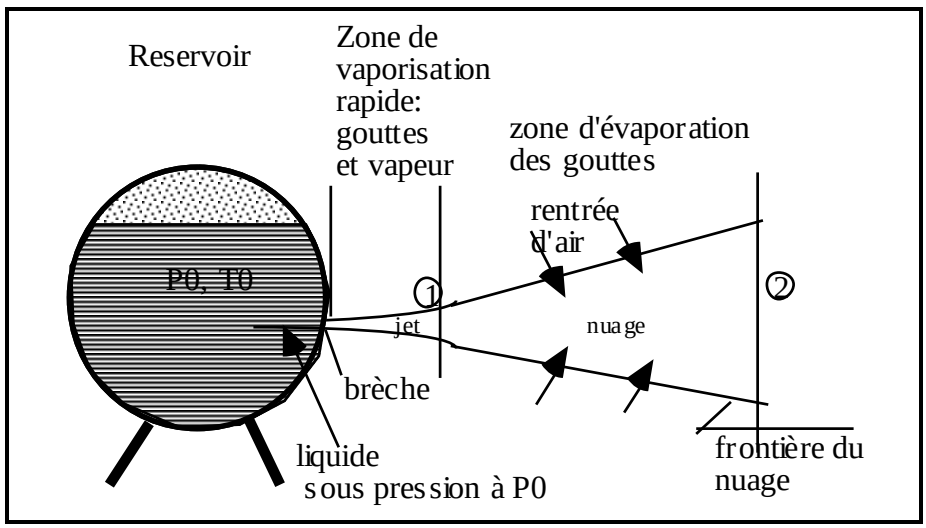
avec δh_{1-2} la variation d'enthalpie de l'unité de masse du fluide qui rentre en 1 et sort en 2.
(les grandeurs en minuscule sont massique)

Etude d'une fuite d'un réservoir d'ammoniac liquide

Un réservoir contient sous la pression P_0 de l'ammoniac liquide à T_0=290 K . Le liquide est en équilibre avec sa vapeur.
Une brèche permet au liquide de s'échapper brutalement du réservoir. A la sortie de la brèche il existe dans l'atmosphère deux zones:

- 1ère zone: A la sortie de la brèche il se forme un **jet** qui contient de l'ammoniac liquide mais aussi de l'ammoniac gazeux qui résulte de la vaporisation rapide du liquide qui sort du réservoir. Dans cette zone, l'air n'a pas le temps de se mélanger à l'ammoniac.
- 2ème zone: il se développe ensuite un écoulement en forme de **nuage** dans lequel l'air est entraîné. Les gouttes d'ammoniac vont donc peu à peu s'évaporer.

Le dessin ci-dessous est une représentation des phénomènes qui se produisent à la sortie de la brèche.



Dans tout le problème on considère que :

- Les phénomènes sont stationnaires,
- la pression dans le jet et dans le nuage est constante et égale à Patm=1,013 bar
- la vapeur d'ammoniac et l'air sont des gaz parfaits.

Pour connaitre les caractéristiques de l'ammoniac, on utilisera le tableau fourni ci-dessous.

1°) **Question indépendante sur la validité des données du tableau fourni.**
Les variations de pression de vapeur saturante P_{vap} en fonction de la température sont données par la relation de Clapeyron

$$\frac{dP_{vap}}{dT} = \frac{L}{v_g T},$$

ou L est la chaleur latente de vaporisation et v_g le volume massique du gaz. Les variations de L avec la température sont données par la loi empirique suivante

$$L = 2173\ 10^3 - 3.35\ 10^3\ T(K) \quad (SI).$$

- *Vérifier la validité de cette relation* en comparant les valeurs qu'elle fournit à celles données dans le tableau ci-dessous pour T= 240 K et T = 290 K.(Rappel 1 cal=4,18 J)
- *Donner l'expression des variations de Pvap en fonction de T*, on prendra comme état de référence l'état d'équilibre à 290 K. (r= 489, SI)

2°) *quel est la pression P0 dans le réservoir?*

3°) Calcul de la vaporisation rapide. On suppose que l'expulsion du liquide, hors du réservoir, est très rapide et donc adiabatique. On suppose aussi que l'état final (en 1) est un mélange de gouttes et de vapeur en équilibre.

- *Quelle est la température finale T1 de cette zone?*
- *calculer la fraction massique X_{v1} de vapeur d'ammoniac formée à la fin de cette zone*. Pour cela, on utilisera uniquement les paramètres dont les valeurs sont disponibles dans le tableau fourni.

Faire l'application numérique.

4°) Etude du nuage. Au début du nuage (en 1), il y a donc un mélange d'ammoniac gazeux et liquide. Progressivement de l'air, à la température $\mathbf{T_{amb}}$, rentre dans le nuage. A la fin du nuage (en 2) il n'y a plus de gouttes d'ammoniac.
On appelle X_{air} la fraction massique de l'air en 2 et X_{V2} celle de l'ammoniac.

- *Quelle est la relation entre X_{air} et X_{v2}?*
- *Faire le bilan enthalpique de ce nuage.*

On donne les caractéristiques de l'air, $Cp_{air}=10^3$ J/kg/K et $T_{air}=293$ K.

5°) Si le nuage reste à température constante (T1=T2), montrer que la fraction massique de l'air en 2 est donnée par :

$$X^0_{air} = \frac{[\,h_v(T1) - h_v(T0)]}{[\,c_p(Tamb - T1) + h_v(T1) - h_v(T0)]}$$

- Montrer que si X_{air} est inférieure à X^0_{air} alors T2 est inférieur à T1, le nuage se refroidit en même temps que les gouttes se vaporisent.
- Comment expliquer ce dernier phénomène?

équilibre liquide-vapeur

(pour chaque grandeur le premier nombre est relatif au liquide, le duxième nombre est relatif à la vapeur)

ρ = masse volumique (kg.m⁻³)
h = enthalpie (kcal.kg⁻¹)
$\mathfrak{s}$ = entropie (kcal.kg⁻¹.K⁻¹)
L'enthalpie et l'entropie sont nulles pour le cristal parfait au zéro absolu et à une atmosphère.

T (K)	P (bar)	ρ	h	$\mathfrak{s}$
230	0,6061	693,8	182,54	1,1743
		0,5513	516,32	2,6256
239,74	1,01325	682	192,95	1,2178
		0,86	519,86	2,5816
240	1,0258	681,55	193,22	1,2189
		0,9009	519,96	2,5804
250	1,6536	669,0	203,97	1,2629
		1,409	523,66	2,5417
260	2,559	656,1	214,83	1,3052
		2,121	527,07	2,5059
270	3,819	642,7	225,87	1,3463
		3,094	530,06	2,4730
280	5,518	629,2	236,96	1,3862
		4,387	532,70	2,4425
290	7,753	614,9	248,30	1,4255
		6,076	534,93	2,4137
300	10,624	599,9	259,69	1,4637
		8,244	536,58	2,3867
310	14,249	584,5	271,25	1,5013
		11,02	537,69	2,3608
320	18,73	568,1	283,06	1,5383
		14,51	538,69	2,3350
330	24,22	550,8	295,15	1,5747
		18,92	538,57	2,3121
340	30,82	532,4	307,66	1,6105
		24,47	537,52	2,2875

Réponses

Questions de cours

1°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

2°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

Etude d'une fuite d'un réservoir d'ammoniac liquide

1°) Question indépendante :

T= 240 K, alors L= 1369 kJ/kg, valeur lue dans le tableau L_{Tab}= hv-hl=1366 kJ/kg

T= 290 K, alors L= 1201 kJ/kg, valeur lue dans le tableau L_{Tab}= 1198 kJ/kg

===> bon accord entre les valeurs

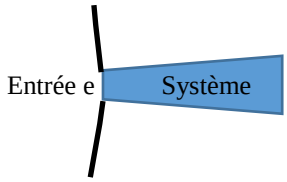
$\frac{dP}{dT} = \frac{L\,P}{r\,T^2}$ ===> si on pose L= A+BT, on obtient $Ln\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) = -\frac{A}{r\,T} + \frac{A}{r\,T_{ref}} + \frac{B}{r} Ln\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)$

T_{ref}=290 K, P_{ref}= 7,75 bar

2°) P0= 7,75 bar = 7,75 10^5 Pa

3°) Si P1= 1,013 bar, alors T1=240 K d'après le tableau fourni

On applique le 1er principe pour un système ouvert au cas du jet de liquide qui est sorti du réservoir.



Le jet est un système ouvert adiabatique et sans travail utile : hs =he

En régime permanent : $m_e = m_s$ (kg/s) et donc pas d'entrée d'air.

Pendant dt, si on a une masse de liquide δm_l qui sort du réservoir, il y aura en sortie du jet

$\delta m_l\, X_{v1}$ masse de vapeur

$\delta m_l\, (1\text{-}X_{v1})$ masse de liquide, avec X_{v1} la teneur en vapeur

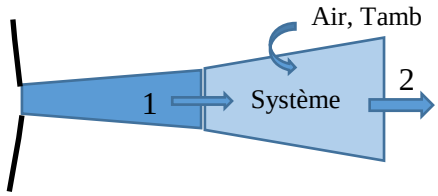
L'application de la relation hs =he donne :

$$\delta m_l h_l(T0,P0) = \delta m_l\, X_{v1} h_l(T1,P_{atm}) + \delta m_l\, (1 - X_{v1}) h_v(T1,P_{atm})$$

$$===> X_{v1} = \frac{h_l(T0,P0) - h_l(T1,P_{atm})}{h_v(T1,P_{atm}) - h_l(T1,P_{atm})}$$

A.N. : $X_{v1} = \frac{248{,}3 - 192{,}95}{519{,}86 - 192{,}95}$ = 16,9 %

4°)



Le nuage est un système ouvert à deux entrées et une sortie, sans échange de chaleur ni travail utile

A priori T2 et Tamb sont différents

$X_{air} + X_{v2} = 1$

Pendant dt, on définit δm_1 une quantité de matière qui rentre en 1, et δm_{air} quantité d'air qui rentre dans le nuage

Enthalpie pour les entrées du système 'nuage':

$\delta m_1\,[(1 - X_{v1}) h_l(T1) + X_{v1} h_v(T1)] + \delta m_{air}\, h_{air}(T_{amb})$

Enthalpie pour la sortie du système 'nuage':

$\delta m_{vap,2}\, h_v(T2) + \delta m_{air}\, h_{air}(T2)$, Rq : toutes les enthalpies sont prises à P=P_{atm}

On a : $\delta m_{vap,2} = \delta m_1 = X_{v2}(\delta m_{air} + \delta m_1)$,

et $\delta m_{air} = X_{air}(\delta m_{air} + \delta m_1)$,

le bilan enthalpique du nuage :

$X_{v2}[(1 - X_{v1}) h_l(T1) + X_{v1} h_v(T1)] + X_{air}\, h_{air}(T_{amb}) = X_{v2}\, h_v(T2) + X_{air}\, h_{air}(T2)$

Avec le résultat du 3°), on a $(1 - X_{v1}) h_l(T1) + X_{v1} h_v(T1) = h_l(T0)$

Le bilan enthalpique devient :

$X_{v2}\, h_l(T0) + X_{air}\, h_{air}(T_{amb}) = X_{v2}\, h_v(T2) + X_{air}\, h_{air}(T2)$

Pour l'enthalpie de l'air, on prend $h_{air}(T) = c_{p,air}\, T$, c.a.d que l'origine des enthalpies est à 0 K,

pour être cohérent avec l'origine des enthalpies de NH3 données dans le tableau.
Le bilan enthalpique devient :

$$X_{v2}\, h_l(T0) + X_{air} C_{p,air}\, T_{amb} = X_{v2}\, h_v(T2) + X_{air} C_{p,air}\, T2$$

Cette relation peut être utilisée pour calculer X_{air} ou T2. Mais ces deux variables sont couplées et elle dépendent de la taille du nuage que l'on considère.

5°) Si on considère T2 ≈ T1, cela veut dire que l'on ne s'intéresse qu'à la première partie du nuage, pour laquelle seule l'évaporation des gouttes de NH3 se produit, sans le réchauffement du nuage lui-même.

-En remplaçant T2 par T1 et X_{v2} par 1-X_{air} dans le bilan enthalpique, on obtient la relation recherchée.

-Si $X_{air} < X^0$air : Il n'y a pas assez de chaleur apportée par l'air pour évaporer à température constante les gouttes de NH3. Pour que les gouttes s'évaporent, l'énergie nécessaire est prise aux gouttes elles-mêmes qui donc se refroidissent.

-Pourquoi les gouttes se vaporisent alors qu'elles se refroidissent en même temps?
C'est l'effet de la dilution de NH3 autour des gouttes et donc de la perturbation de l'équilibre liquide/vapeur. En effet Patm= Pair + P_{NH3}. Si Pair augmente, P_{NH3} diminue et devient inférieur à $P_{vap,NH3}$(T), donc la goute se vaporise et refroidit.

équilibre liquide-vapeur

(pour chaque grandeur le premier nombre est relatif au liquide, le duxième nombre est relatif à la vapeur)

ρ = masse volumique ($kg.m^{-3}$)
h = enthalpie ($kcal.kg^{-1}$)
$\mathfrak{S}$ = entropie ($kcal.kg^{-1}.K^{-1}$)
L'enthalpie et l'entropie sont nulles pour le cristal parfait au zéro absolu et à une atmosphère.

T (K)	P (bar)	ρ	h	$\mathfrak{S}$
230	0,6061	693,8	182,54	1,1743
		0,5513	516,32	2,6256
239,74	1,01325	682	192,95	1,2178
		0,86	519,86	2,5816
240	1,0258	681,55	193,22	1,2189
		0,9009	519,96	2,5804
250	1,6536	669,0	203,97	1,2629
		1,409	523,66	2,5417
260	2,559	656,1	214,83	1,3052
		2,121	527,07	2,5059
270	3,819	642,7	225,87	1,3463
		3,094	530,06	2,4730
280	5,518	629,2	236,96	1,3862
		4,387	532,70	2,4425
290	7,753	614,9	248,30	1,4255
		6,076	534,93	2,4137
300	10,624	599,9	259,69	1,4637
		8,244	536,58	2,3867
310	14,249	584,5	271,25	1,5013
		11,02	537,69	2,3608
320	18,73	568,1	283,06	1,5383
		14,51	538,69	2,3350
330	24,22	550,8	295,15	1,5747
		18,92	538,57	2,3121
340	30,82	532,4	307,66	1,6105
		24,47	537,52	2,2875

INSA de Rouen

Département Energétique et propulsion

Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE L'ENTHALPIE D'UN GAZ REEL

<u>On considère une mole d'un gaz réel</u>

Soit C_p et $k=-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ les coefficient calorimétriques du gaz réel.

1°) (question de cours) soit une transformation infinitésimale faisant varier la température T de dT et la pression P de dP.

Donner, pour cette transformation, la variation dH de l'enthalpie en fonction de dT et dP. En déduire la valeur pour un gaz parfait

2°) *Montrer que l'enthalpie du gaz réel est donnée par*

$$H(T,P) = Hgp(T) + \int_0^P (V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p)dP$$

3°) Le gaz vérifie l'équation d'état suivante

L'équation d'état du gaz est (pour une mole)

$$PV = A + B\,P.$$

Les paramètres A et B sont indépendants de la pression P et du volume V.

3°)-a. Pour des pressions faibles, le gaz a un comportement de gaz parfait. *Donner alors la valeur du paramètre A.*

3°)-b. En supposant que B=Bo soit indépendant de la température,

calculer l'enthalpie du gaz réel en fonction de l'enthalpie du gaz parfait

(pris dans les mêmes conditions de T et P).

Le gaz subit une détente qui le fait passer de 1000K à 500K, et de $10.\ 10^5$ à $1.\ 10^5$ Pa. On donne Bo= $3\ 10^{-5}$ (SI), Cp=7/2 R ; R=8,32 (SI)

Calculer numériquement $\Delta H_{réel}$ au cours de la détente .

Donner l'écart relatif entre $\Delta H_{réel}$ et $\Delta H_{GP,}$

$(\Delta H_{réel} - \Delta H_{GP})/ \Delta H_{GP}$

ΔH_{GP} correspondant au cas où le gaz est supposé parfait.

conclusion ?

3°)-c En réalité le paramètre B est fonction de la température

$$B(T)=Bo\left[1-\left(\frac{To}{T}\right)^{\alpha}\right] \text{ avec Bo= } 3\ 10^{-5} \text{ (SI) , } \alpha=1.4 \text{ et To=293K}$$

Reprendre les calculs précédents et montrer que

$$h(T,P)=Hgp(T)+Bo\left[1-(\alpha+1)\left(\frac{To}{T}\right)^{\alpha}\right]P$$

calculer à nouveau numériquement $\Delta H_{réel}$ au cours de la détente et l'écart relatif au cas du gaz parfait $(\Delta H_{réel} - \Delta H_{GP})/ \Delta H_{GP}$.

Le nouveau terme de correction est il négligeable ?

Réponses

1°) dh= c_p dT + (k+v) dP, dh_{gp}= c_p dT ===> k=-v

2°) dh= dh_{gp} + (v-T ∂v/∂T)dP

En intégrant à T=cst de 0 à P, on obtient $h(T,P) = h_{gp}(T) + \int_0^P (v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p)dP$

Avec h(T, P=0)= h_{gp}(T)

3°-a) Pv= A + BP, si P---> 0 alors PV---> A et on a un gaz parfait, A=RT

3°-b) Pv= RT + B_0P ===> on obtient v-T ∂v/∂T=B_0 et h(T,P)= h_{gp}(T) + B_0P

$\Delta h_{réel} = c_p(T_2 - T_1) + B_0(P_2 - P_1) = \Delta h_{gp} + B_0(P_2 - P_1)$ ===>$(\Delta h_{réel} - \Delta h_{gp})/ \Delta h_{gp}$=0,2%

3°-c) v-T ∂v/∂T=B_0 [1-(α_T+1)(T_0/T)$^{\alpha}$], d'où la relation

$\Delta h_{réel} = \Delta h_{gp} + B_0(P_2 - P_1) - (\alpha_T+1)(T_2/T_1)^{\alpha}(P_2 - P_1)$ ===>$(\Delta h_{réel} - \Delta h_{gp})/ \Delta h_{gp}$=0,1%

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Refroidissement avec une détente de Joule-Thomson

Etude préliminaire

On considère un kilogramme de gaz. On montre que l'enthalpie massique du gaz réel est donnée par

$$h(T,P) = h_{gp}(T) + \int_{P0}^{P} (v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p) dP$$

$$\text{Rq : le terme } v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \text{ est pris à la température T}$$

h_{gp} est l'enthalpie du gaz parfait à T: $h_{gp}= c_p\ (T-T_0)$ (origine des enthalpies à 0 pour T0),

à T_0,P_0, le gaz est un gaz parfait.

L'équation d'état de l'azote est donnée par la loi approchée

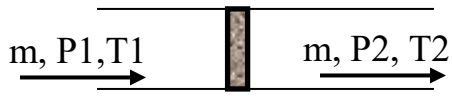
$$Pv= rT+ [B-A/(rT)]P \text{ avec } A=165{,}8\ Jm^3/Kg^2\ ,\ B= 1{,}357\ 10\text{-}3\ m^3/Kg,\ r= 297{,}1\ J/Kg/K$$

Calculer l'enthalpie de l'azote en fonction de l'enthalpie du gaz parfait (pris dans les mêmes conditions de T et P), de la pression P0, et des paramètres de l'équation d'état.

Refroidissement de l'azote par détente

On cherche à refroidir de l'azote avec une détente de Joule-Thomson.

On détend de façon adiabatique le gaz en le faisant circuler sans vitesse initiale notable dans une conduite comportant une section qui ralentit le gaz (voir schéma ci-dessous).



On étudie le régime permanent

1°) Rappeler le premier principe pour un système ouvert à une entrée et une sortie en régime permanent et qui permet de récupérer du travail utile W^u sur un arbre.
-Que peut-on dire de la transformation de Joule-Thomson ?
-Si l'azote est un gaz parfait, démontrer que $T_2=T_1$.
2°) En réalité l'azote est légèrement différent d'un gaz parfait si la pression augmente.
Son équation d'état est donnée par la loi approchée donnée dans l'étude préliminaire.
- Donner l'expression de $\left.\frac{dT}{dP}\right|_h$ lors de la détente de Joules-Thomson et en fonction des paramètres de la loi d'état approchée, et de c_p
3°) Montrer qu'il existe une température Ti tel que si T<Ti, la détente provoque un refroidissement, et si T>Ti un réchauffement.
A.N. donner la valeur de Ti, avec $c_{P,N2}=7/2\ r$.
4°) pour faire facilement et rapidement une application numérique, on va simplifier l'expression de dT/dP.
Pour cela, on admettra que, lors de la détente, la variation de température est faible.
Montrer alors que dT/dP est pratiquement constant au voisinage de 293K, et pour les valeurs de pression $P1=10^6$ et $P2=10^5$ Pa.
En déduire la valeur du refroidissement T2-T1.

Réponses

Etude préliminaire

$v = \frac{rT}{P} + (B - \frac{A}{rT})$ ===> $\left.\frac{\partial v}{\partial T}\right|_P = \frac{r}{P} + \frac{A}{rT^2}$, $v - T\left.\frac{\partial v}{\partial T}\right|_P = B - 2\frac{A}{rT}$

$h(T,P) = h_{gp}(T) + \left(B - 2\frac{A}{rT}\right)(P - P_0)$

Refroidissement de l'azote par détente

1°) Pour un système ouvert avec une entrée 1 et une sortie 2, en régime permanent, le bilan d'énergie devient :

$\dot{m}\,(h2 - h1) = \dot{W}^u + \dot{Q}$,

$\dot{m}$ est le débit massique de fluide passant dans le système (kg/s), $\dot{W}^u$ est la puissance utile récupérée sur un arbre et $\dot{Q}$ la puissance échangée en chaleur.

La détente de Joule-Thomson est telle que $\dot{W}^u$ =0 $\dot{Q}$ =0. ===> détente isenthalpe h2=h1

Si le gaz est parfait h=cp T +cst ===> T2=T1, pas de variation de température lors de la détente.

2°) Lors de la détente de Joule-Thomson dh= 0

En reprenant l'expression de h(T,P) vue précédemment, on obtient :

$\left.\frac{dT}{dP}\right|_h = -\frac{[B - 2A/rT]}{[c_P + 2A\,(P - P_0)/rT^2]}$

3°) Pour une détente : dP <0

Si dT/dP >0 alors dT <0, c'est un refroidissement,

Si dT/dP <0 alors dT >0, c'est un réchauffement.

La valeur limite est B- 2A/rTi =0 ===> Ti= 2A/rB

Si B- 2A/rT<0, c.a.d. si T <Ti , alors dT<0 refroidissement

Si B- 2A/rT>0, c.a.d. si T >Ti , alors dT>0 rechauffement

Ti= 822,5 K

4°) Si la température varie peu au cours de la détente, le terme $[B - 2A/rT]$ est pratiquement constant.

D'autre part avec les valeurs de pression P2 (=P0) et P1,

on trouve que la valeur maximum de $2A\,(P1 - P_0)/rT^2$ est égale à 11,7 J/kg

or cp=7/2r= 1040 j/kg

===> on peut négliger le 2eme terme du dénominateur de dT/dP.

dT/dP est constant au voisinage de 298 K

A.N. : T2-T1=(2A/rT-B) (P2-P1)/cp ===> T2-T1= 2,36 10-6 (P2-P1) à T1=293K

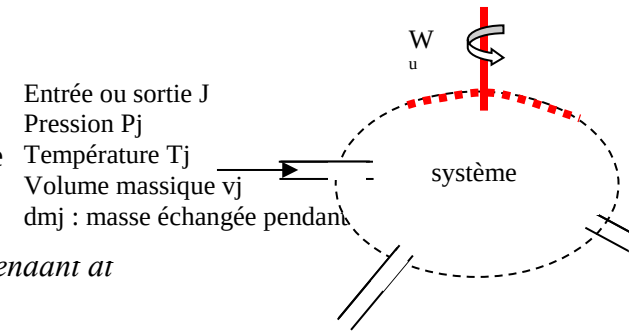
Soit T2-T1= -2,1 K

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Réservoir d'air comprimé

Questions de cours

1°) Soit un système ouvert à plusieurs entrées ou sorties.
On néglige les énergies cinétiques et de pesanteur.
Certaines parties du système sont mobiles et reliées à un axe sur lequel on récupère du travail utile W^u.
En appliquant le 1er principe,
montrer que la variation d'énergie interne dU du système penaant at
est donnée par $dU = \partial W^u + \partial Q + \sum_j h_j dm_j$



avec δW^u le travail utile et δQ la chaleur échangés par le système pendant dt.
h_j est l'enthalpie du fluide dans les conditions de l'entrée/sortie J.
2°) Le système est à une entrée 1 une sortie 2. Si le système est dans un régime permanent, c'est-à-dire que son énergie interne U ne varie pas, *Montrer que dans ce cas*

$$\delta h_{1-2} = \delta q_{1-2} + \delta w^u_{1-2}$$

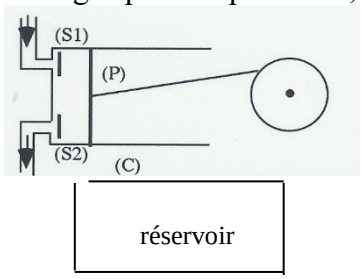
avec δh_{1-2} la variation d'enthalpie de l'unité de masse du fluide qui rentre en 1 et sort en 2.
(les grandeurs en minuscule sont massique)
3°) *Démontrer que, pour un gaz parfait, la variation d'entropie massique entre les états 1 et 2 est donnée par*

$$\Delta s = \frac{r}{\gamma - 1} Ln(\frac{T_2}{T_1}) + rLn(\frac{v_2}{v_1}).$$

On rappelle que pour un gaz parfait le coefficient calorimétrique l est tel que l=P.
r est la constante massique du gaz parfait, $\gamma = c_p / c_v$; c_p et c_v sont constants et $c_p - c_v = r$.

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

Soit un compresseur qui permet de faire passer la pression de P_i à P_f
On définit r la constante massique des gaz parfaits pour l'air, $\gamma = c_p/c_v$; c_p et c_v sont constants.



1°) La compression est réversible et adiabatique
Démontrer la relation qui lie P et v (le volume massique) au cours de cette transformation.
- calculer la température finale Tf en fonction de la température initiale Ti, du rapport des pressions Pf/Pi et de γ
- Calculer le travail utile w^u (par unité de masse) échangé au cours de la transformation en fonction de r, $\gamma = c_p/c_v$, et des conditions initiale et finale de température.
2°) Application numérique :
le gaz est de l'air ; γ =1,4, R=8,32 (SI) ; masse molaire de l'air M_{air}=0,029 (SI)
la température initiale est T1=300K
Calculer la température finale de compression Tf si le rapport de compression est Pf/Pi=10
Calculer le travail utile w^u (par unité de masse).

Etude de l'évolution de température dans le réservoir d'air comprimé
L'air est toujours considéré comme un gaz parfait

c_p et c_v sont constants et c_p-c_v =r.

On suppose que le réservoir n'échange pas de chaleur avec l'extérieur.

Si on considère le volume d'air dans le réservoir, il représente un système ouvert. A chaque cycle une masse dm rentre dans ce système et sa température augmente

1°) questions préliminaires :

on considère que la référence des enthalpies est nulle à T0, c'est à dire que h(T0)=0.

Montrer alors que l'enthalpie h s'écrit : h(T)=cp(T-T0)

En déduire que u(T)=cv(T-T0)-P0v0

2°) *Calculer la variation dU du système, quand il échange la masse dm, en fonction de c_p, T, T0 et dm*. La température finale T en sortie du compresseur est supposée égale à celle de l'air dans le réservoir

3°) *En déduire la relation* $\frac{dm}{m} = \frac{c_v}{r}\frac{dT}{T}$, ou m est la masse d'air dans le réservoir

4°) On donne To la température initiale et m0 la masse initiale dans le reservoir.

donner l'expression de T en en fonction de T0, du rapport m/m_0 et de γ.

5°) Application numérique :

le gaz est de l'air , γ =1,4, R=8,32 (SI) ; masse molaire de l'air M_{air}=0,029 (SI).

le volume balayé pendant la phase de compression dans l'appareil représenté ci-dessus est de 0,1E-3 m3. ρ_{air}=1. (SI) à P0=1atm.

Le compresseur tourne à 1300 tours/mn.

Calculer le débit massique du compresseur.

Calculer la masse m introduite au bout d'une minute dans le réservoir

En déduire la température T de l'air dans le réservoir, sachant que V0=1m3, P0=1atm et T0=300K.

Réponses

Questions de cours

1°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

2°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

3°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

1°) $\Delta s_{i\text{-}f} = 0$ ===> $\frac{r}{\gamma-1} Ln(T) + rLn(v) = cst$ ===> $T^{1/(\gamma-1)} v = cst$

Comme Pv=rT, on obtient $Pv^{\gamma} = cst$, ce qui peut aussi s'écrire $P^{1-\gamma} T^{\gamma} = cst$

Donc $\frac{Tf}{Ti} = [\frac{Pf}{Pi}]^{(\gamma-1)/\gamma}$

Pas d'échange de chaleur, et d'après le 2°) des questions de cours

$W^u = \Delta h_{i\text{-}f} = c_p (T_f - T_i)$

Ou encore exprimé en fonction de γ et r

$W^u = r\,\gamma/(\gamma-1)\,(T_f - T_i)$

2°) r= 286,9 (SI), T_f=579,2 K, W^u= 280,4 kJ/kg

Etude de l'évolution de température dans le réservoir d'air comprimé

1°) $h(T) - h(T_0) = cp\,(T - T_0)$ ===> $h(T) = cp\,(T - T_0)$

$u(T) - u(T_0) = cv\,(T - T_0)$ ===> $u(T) = cv\,(T - T_0) + u(T_0)$

on a $u(T_0) = h(T_0) - P_0v_0 = -P_0v_0$ ===> $u(T) = cv\,(T - T_0) - P_0v_0$

2°) En appliquant le résultat de la question de cours du 1°)

$dU = h(T)dm$

Rq : le réservoir ne produit pas de Wu

Rq : Dans cet exercie l'énergie interne U dans le réservoir varie, contrairement au raisonnement appliqué dans l'exercice précédent.

3°) Pour le réservoir contenant une masse m d'air (le système) on a : U=u m

$dU = mdu + udm = m\,c_v dT + [cv\,(T - T_0) - P_0v_0]\,dm$

donc $cp\,(T - T_0)\,dm = m\,c_v dT + [cv\,(T - T_0) - P_0v_0]\,dm$

en regroupant les termes en dm : $[cp\,(T - T_0) - cv\,(T - T_0) + P_0v_0]\,dm = m\,c_v dT$

===> $r\,T\,dm = mc_v dT$, donc la formule recherchée

4°) en intégrant $m/m_0 = (T/T_0)^{1/(\gamma-1)}$

5°) $m_{air} = 2{,}17\ 10^{-3}$ kg/s

m_{1mn}= 0,13 kg, m_0= 1kg ===> T= 315 K (au bout de 1mn)

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Solidification rapide de la glace surfondue

1°) Soit une masse m d'eau liquide à la température T et pression P. On solidifie une partie en glace à la même température. On définit X_{glace} le titre massique de glace.

L'enthalpie étant une grandeur extensive, *montrer que l'enthalpie du mélange est donnée par*

$$h(x_{glace}, T) = (1 - x_{glace})h_{liq} + x_{glace}h_{glace}$$

avec h_{liq} l'enthapie massique du liquide et h_{glace} l'enthapie massique de la glace à T.

2°) On a dans un récipient une masse m d'eau liquide à Ti=–15°C sous P=1atm.

-*Quelle serait sa température si elle était dans un état d'équilibre stable avec de la glace à 1 atm ?*
On arrive à démarrer la solidification en injectant un germe de glace. La solidification est rapide.
- *Quelle est la proportion de glace X_{glace} quand on attend suffisamment longtemps ?*
A.N. On donne les quantités suivantes :
L_{fusion}=2510 10^3 (SI), $c_{p,liq}$=4,18 10^3 (SI). On supposera que $c_{p,liq}$ est constant et que l'eau liquide est indilatable et incompressible.

Réponses
1°) $H_{mél} = H_{liq} + H_{glace}$
$H_{mél} = m(1-X_{glace})h_{liq} + m\, X_{glace}\, h_{glace}$
$h_{mél} = (1-X_{glace})h_{liq} + X_{glace}\, h_{glace}$
2°) $T_{liq,équil} = 0°C$
La transformation est adiabatique et sans échange de travail utile : $m\Delta h = 0$
===> $h_{liq,ini} = h_{mél,final}$ ===> $h_{liq,ini}(-15°C) = (1-X_{glace})h_{liq}(0°C) + X_{glace}\, h_{glace}(0°C)$
$X_{glace} = c_p(0°C-(-15°C))/L_{fusion}$=2,5 %

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude de la solubilité du dioxyde de carbone CO2 et de l'air dans l'eau.

Rappels :

- la fraction molaire xi d'un constituant i est le rapport $x_i = n_i/n_{tot}$ ou ni est le nombre de moles du constituant i et ntot, le nombre total de moles.
- Il y a 21% (fraction molaire) d'oxygène dans l'air
- La pression de l'air est 1 atm=10^5 Pa

1) question de cours*: rappeler la loi de Henry reliant la fraction molaire d'un soluté à sa pression partielle dans la phase gaz.*

2) La constante de Henry pour O2 dans l'eau est donné à 20°C dans le tableau ci-dessous.
Quelle est la masse m_{O2} d'O2 qui est dissoute dans un litre d'eau à 20 °C ?.
Pour le calcul de m_{O2}, on supposera que cette masse est très faible devant celle de H2O dans le liquide.
rappel : masses molaires de O2 et H2O, M_{O2}= 32 10-3 et M_{H2O}=18 10-3 kg
1litre d'eau=1Kg

3) Une limonade, qui sera assimilée à de l'eau, est mise sous pression dans une bouteille avec du CO2 pur à 2 atm

Quelle est la fraction molaire de CO2 dissout dans 1 litre de limonade?
Calculer le nombre de mole correspondant, (Rappel : la masse volumique de l'eau est 10^3 SI)
Pour ce calcul de n_{CO2}, on supposera que la masse m_{CO2} est très faible devant celle de H2O dans le liquide.
Quel est le volume occupé par ces moles de CO2 si elles sont libérées dans l'air (Tair=20°C et Pair= 1 atm (le CO2 sera considéré comme un gaz parfait et R= 8,32 SI).
Pourquoi apparaît-il beaucoup de bulle quand on ouvre la bouteille de limonade ?

H en MPa	O_2	N_2	CO_2
20ºC	4047	8146	142

Constante de Henry en fonction à 20°C pour le dioxyde de carbone et, l'oxygène et l'azote, dissouts dans l'eau. 1MPa=10^6 Pa

Réponses

1°) Loi de Henry : $P_i = H_i x_i$, Pi est la pression partielle dans la phase gaz du composé i, xi est concentration molaire dans la phase liquide.

2°) $P_{02}V=n_{O2}RT$ et $P_{Tot}V=n_{Tot}RT$ ===> P_{02}= 0,21 10^5 Pa

Dans l'eau liquide $x_{O2}= P_{O2}/ H_{O2}$, x_{O2}= 5,19 10_{-6}= 5,19 ppm

Calcul de la masse de O2 dissoute dans l'eau

$n_{02}= m_{02}/M_{O2}$ et $n_{Tot}= m_{Tot}/M_{Mél} \approx m_{Tot}/M_{H2O}$

$x_{O2}= n_{02}/ n_{Tot}= m_{02}/ m_{Tot} * M_{H2O}/ M_{O2}$ ===> $mO2= x_{O2}\, m_{Tot} * M_{O2}/ M_{H20}$= 9,2 mg

avec m_{Tot}= 1Kg

3°) dans le liquide : $x_{CO2}= P_{CO2}/ H_{CO2=}$ 1,41 10^{-3}, avec P_{CO2}= 2 10^5 Pa et H_{CO2}= 142 10^6 Pa

Rq : la pression dans la bouteille est légèrement supérieure à 2 atm, car $P_{tot}= P_{CO2}+P_{vap,H2O}$(20°C)

Nombre de moles de CO2 : $n_{CO2}= n_{Tot}$ 1,408 10^{-3}

$n_{Tot}= m_{Tot}/M_{H2O}$, même approximation que précédemment

n_{CO2}= 0,0782 moles

$PV_{CO2}= n_{CO2}RT$ ===> V_{CO2}= 1,9 litres avec P=10^5 Pa

A P = 2 atm, la dissolution de CO2 est plus grande qu'à 1 atm. Donc à l'ouverture de la bouteille, le CO2 se libère pour retourner à l'équilibre.

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE DE LA VAPEUR D'EAU, APPLICATION A UN MOTEUR A VAPEUR

Questions de cours

1°) Enthalpie libre massique g(T,P)
A partir de la définition de g et en utilisant le premier principe, retrouver la relation liant dg à dT et dP.
2°)La formule de Clapeyron relie la chaleur latente de vaporisation L_{vap} aux paramètres d'état P,v,T.

$$L_{vap} = T(v_v - v_l)\left(\frac{dP_{vap}}{dT}\right),$$

v_v et v_l sont les volumes massiques de la vapeur et du liquide, T la température et $P_{vap}(T)$ la pression de vapeur à l'équilibre.
Démontrer cette relation en utilisant l'enthalpie libre g d'un mélange liquide-vapeur. Pour cela on définira un cycle entre deux isothermes à T et T+dT.

Pour la suite :
- on donne la chaleur latente de vaporisation de l'eau
  L_{vap}= 3335 – 2,91 T (KJ/Kg),
- la relation empirique de Rankine
  $Ln(P_{vap}(atm))= A – 5120 / T(K)$
- l'eau bout sous 1atm à 373 K et 1 atm =10^5 Pa ;
- constante des gaz parfaits R= 8,32 (SI) et masse molaire de l'eau M_{h2o}= 0,018 (SI)

Erreur relative de l'hypothèse 'gaz parfait' pour la vapeur d'eau

3°) *Calculer la valeur numérique de A dans la formule de Rankine*.
4°) A partir de la formule de Clapeyron et en utilisant la relation de Rankine, *calculer la valeur numérique du volume massique de la vapeur d'eau à 293 K.*
Pour le calcul on négligera v_l devant v_v.
5°) *calculer la valeur du volume massique de la vapeur d'eau à 293 K en utilisant la loi des gaz parfait*s. *Donner l'écart relatif de cette valeur par rapport à la précédente*.

Application à l'étude d'un moteur à vapeur d'eau

Cette application reprend toutes les données et approximations des questions précédentes.

On désire faire un moteur à vapeur en utilisant l'énergie solaire. Le moteur fonctionne en trois temps : 1-Chauffage et vaporisation à volume constant avec l'énergie solaire, c'est une phase de compression 2- détente isentropique, 3- condensation de la vapeur à pression constante.

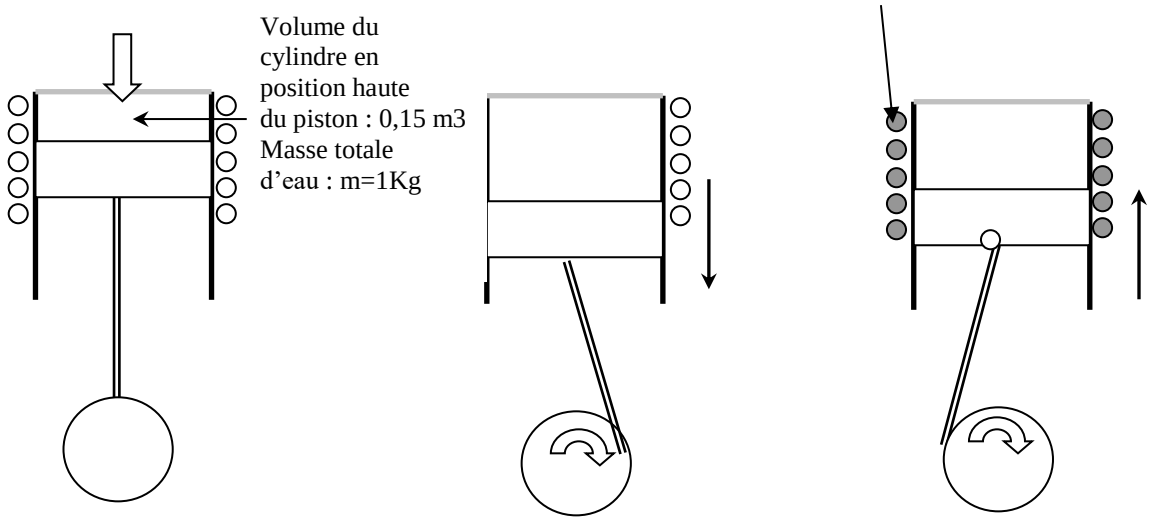
La température finale de vaporisation est de T2=453°C

La température de condensation est T1=293°C.

Chauffage : le dessus du cylindre laisse passer le rayonnement solaire

Pas de chauffage

Pas de chauffage mais refroidissement du cylindre



1-Vaporisation de l'eau à volume constant
(la bielle est bloquée)
de T1= 293 K à T2= 453 K

2-**détente isentrope**
de 453 K à 293 K

3-condensation
à T1=293 K

Important : le volume du cylindre au cours de la vaporisation (1er temps) est de 0,15m3 et la masse totale d'eau est de 1kg. La capacité calorifique massique c de l'eau liquide est supposée constante et égale à $4{,}18\ 10^3$ J/Kg.
Comme précédemment, on se permet de négliger v_l devant v_v dans les calculs.

6°) On admet que la vapeur d'eau est un gaz parfait et qu'elle est toujours en équilibre avec le liquide.
Calculer le volume massique de la vapeur à 293K et 453K.
En déduire les titres $x_{v,1}$ et $x_{v,2}$ de la vapeur au début et à la fin de la vaporisation
7°) On note $u(x_v,T)$ l'énergie interne massique d'un mélange liquide-vapeur, avec x_v le titre massique de vapeur, $s(x_v,T)$ son entropie. On considère que ce mélange est obtenu par chauffage isobare à partir de l'eau liquide à To. *Exprimer $u(x_v,T)$ et $s(x_v,T)$ en fonction des paramètres d'état à T*. On notera u_o l'énergie interne de l'eau liquide à To et s_o son entropie.

8°) *Calculer la valeur numérique de la chaleur reçue par le mélange liquide-vapeur au cours de la vaporisation*
9°) *Calculer la valeur numérique du titre de la vapeur en fin de détente*

10°) *Calculer la valeur numérique de la chaleur échangée au cours de la condensation*

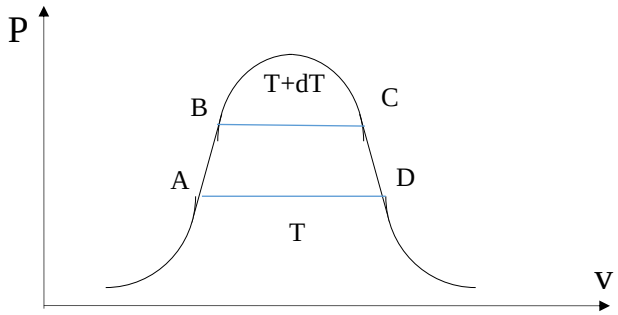
11°) *En déduire le rendement du moteur*

Réponses

Questions de cours

1°) dg=du +dPv + dTs = -sdT+vdP

2°)



Rappel : à l'équilibre liquide vapeur, les enthalpies libres des phases sont égales

$g_A = g_D$

$g_B = g_C$ donc $g_A + dg_A = g_D + dg_D$

===> $dg_A = dg_D$

===> $-s_l dT + v_l dP = -s_v dT + v_v dP$

$(s_v - s_l)\, dT = (v_v - v_l)\, dP$

Sur le palier de changement d'état à T : $\Delta s = s_v - s_l = L_{vap}/T$

===> $L_{vap} = T(v_v - v_l)\, dP/dT$. Mais $P = P_{vap}$ sur le palier de changement d'état

On retrouve la formule

Erreur relative de l'hypothèse 'gaz parfait' pour la vapeur d'eau

3°) $\text{Ln}(P_{vap}) = A - 5120/T$, donc $\text{Ln}(1) = A - 5120/373$, $A = 13{,}726$ (SI)

4°) relation de Rankine ===> $dP_{vap}/P_{vap} = 5120\, dT/T^2$

Chaleur latente de vaposisation ===> $L_{vap} = 5120\, v_v\, P_{vap}/T$

A.N. : à 293K, $P_{vap} = 2360$ Pa et $v_v = 60{,}2$ m3/kg

5°) Si la vapeur d'eau est un gaz parfait : $P_{vap} v_v = rT$

A.N. : à 293K, $v_v = 57{,}4$ m3/kg, écart relatif par rapport à la valeur précédente : 4,7%

Application à l'étude d'un moteur à vapeur d'eau

6°) $v_v = rT/P_{vap}$, à 293K $v_v = 57{,}4$ m3/kg

à 453K $P_{vap} = 11{,}29\ 10^5$ Pa et $v_v = 0{,}185$ m3/kg

soit V le volume total d'un mélange liquide vapeur

$V(m3) = V_v + V_l = m_v v_v + m_l v_l$

Par définition le titre en vapeur est $x_v = m_v / (m_v + m_l) = = m_v / m_{Tot}$

Donc $V(m3) = m_{Tot} (x_v v_v + (1 - x_v) v_l)$

===> $x_v = [V/m_{Tot} - v_l]/ (v_v + v_l)$

Comme précédemment, on se permet de négliger v_l devant v_v.

à 293K $x_v = 0{,}26$ %, peu de vapeur

à 453K $x_v = 81{,}3$ %

7°) calcul de $u(T, x_v)$ à l'aide de deux transformations :

T0, eau liquide ----> Pvap, T, eau liquide ----> Pvap, T, mélange liquide-vapeur

Echange par unité de masse : $c(T-T0)$ $x_v L_{vap}(T) + W_{vap}$

On montre facilement que $W_{vap} = - P_{vap} (v_{mél} - v_l) = - P_{vap} x_v (v_v - v_l)$

===> $\Delta u = u(T, x_v) - u_0 = c(T-T0) + x_v L_{vap}(T) - P_{vap} x_v (v_v - v_l)$

$u(T, x_v) = u_0 + c(T-T0) + x_v L_{vap}(T) - P_{vap} x_v (v_v - v_l)$

Avec les deux même transformations, on trouvera pour $s(T, x_v)$

$$s(T, x_v) = s_0 + c\,Ln(T/T0) + x_v\, L_{vap}(T)/T$$

8°) Etape 1 de vaporisation : $\Delta u = q_C + w = w$, pas de travail échangé

A l'aide de la formule de $u(T, x_v)$ précédente, on obtient

$Q_C = u(T_2, x_{v2}) - u(T_1, x_{v1}) = 2131{,}7\ 10^3$ J/kg

9°) Titre x_{v3} en fin de détente : $\Delta s = 0$, d'après l'énoncé, donc $s(T_2, x_{v2}) = s(T_3, x_{v3})$

===> $c\,Ln(T2/T1) + x_{v2}\, L_{vap}(T2)/T2 = x_{v3}\, L_{vap}(T1)/T1$

$x_{v3} = 64{,}2$ %

10°) Chaleur de refroidissement : $q_F = \Delta x_v\, L_{vap}(T1) = -1593\ 10^3$ J/kg

11°) $W^{cycle} = -Q_C - Q_F$; $r = -W^{cycle} / Q_C = 25{,}3\%$

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Vaporisation et Condensation de l'eau

Questions de cours

- *Rappeler l'équation d'état d'une mole de gaz parfait*

Pour une mole de gaz à la température T et à la pression P, l'équation d'état de Van der Walls est donnée par

$$[P + a/\mathcal{V}^2] [\mathcal{V} - b] = RT,$$

ou $\mathcal{V}$ est le volume molaire, R la constante des gaz parfaits, a et b deux constantes.

- *Donner l'équation pour n moles occupant le volume V, à P et T.*

La masse molaire du gaz est M, on note r= R/M

- *Donner l'équation pour une masse m occupant le volume V, à P et T,*
- *Donner l'équation massique en fonction du volume massique v_v, P et T.*
- *Rappeler la formule de Clapeyron qui donne la chaleur latente L_{vap}* en fonction
  - des volumes massiques des phases liquide et gaz, respectivement v_l et v_v ,
  - de la température T
  - et de la pression de vapeur saturante P_{vap}.
- *En supposant que L_{vap} est constante, que $v_l << v_v$ et que le gaz est parfait, montrer que P_{vap} est donnée par*

$$\mathrm{Ln}(P_{vap}/ P^0_{vap}) = L_{vap}/r\ (1/T_0\text{-}1/T)$$

Avec r=R/M, P^0_{vap} et T_0 une pression et une température de référence.

Exercice sur la vaporisation/condensation de l'eau

On donne pour l'eau

Masse molaire M = 18 g

Les constantes de l'équation de Van Der Waals

a = 0.5537 Pa m^3 /$mole^2$; b = 3,05 10^{-5} m^3/mole ; R = 8,314 J K^{-1} $mole^{-1}$

La loi de variation de la pression de vapeur saturante

$\mathrm{Ln}(P_{vap}) = 13.7 - 5120 / T$, ***avec P_{vap} en atm***, 1 atm= 1,013 10^5 Pa.

Questions préliminaires

1°-a) Un volume de 1 m3 contient 18g de vapeur d'eau (une mole) à 300K

Quelle est la pression P^{GP} (en Pa) si on suppose que la vapeur d'eau est un gaz parfait ?

Quelle est la pression P^{VdW} (en Pa) si on suppose que la vapeur d'eau est un gaz de Van Der Waals?

Calculer l'écart relatif entre les deux pressions, $(P^{GP} - P^{VdW})/ P^{VdW}$.

Que peut-on en conclure pour la vapeur d'eau dans les conditions précédentes?

1°-b) *Calculer la pression de vapeur* P_{vap} (en Pa) à 300K.

Comparer aux valeurs trouvées dans le 1°-1) et conclure quant à la présence d'eau liquide dans le volume de 1m3 à 300K.

Condensation réversible de l'eau à température constante T_1 = 300K

Un volume de 1 m3 contient 18g de vapeur d'eau (une mole) à 300K.

On comprime réversiblement la vapeur à la température constante de 300K,

le volume passe de V_0=1 m^3 à V_1=0,5 m^3.

La vapeur est un gaz parfait.

2°-a) *En raisonnant sur la pression, montrez qu'il existe du liquide à l'état final*

2°-b) *A partir de quel volume V^* apparait la première goutte d'eau liquide ? faire l'A.N.*

2°-c) *Tracer sur un diagramme (P,V) l'allure de la transformation* V_0 à V_1.

2°-d) *Donner la relation qui existe entre le volume de vapeur final $V_{1,v}$, le volume de liquide final $V_{1,lq}$ et le volume final total V_1.*

On donne le volume massique de l'eau liquide v_{liq}= 10^{-3} m^3/kg.

On appelle v_v le volume massique de la vapeur, V^0_{liq} le volume occupé initialement par m=18g de liquide.

Calculer la masse finale m_v de vapeur, et en déduire que le titre de vapeur est donné par

$$X_v = (V_1 - V^0_{liq}) / (V^* - V^0_{liq}).$$

ou V^* est le volume calculé précédemment. *Faire l'A.N.*

Vaporisation de l'eau à volume constant V_1.

A partir de la température T_1=300K, on chauffe à volume constant V_1 la masse m=18g.

La transformation s'arrête dès que le liquide disparait, la température est alors T_2,

3°-a) *tracer sur le diagramme (P,V) l'allure de cette transformation.*

3°-b) *Donner les deux relations qui permettent de calculer T_2 et P_2.*

3°-c) les deux inconnues sont donc T_2 et P_2. Le système d'équation est non linéaire.

Pour le résoudre, on suppose que T_2 n'est pas très différent de T_1 et s'écrit $T_2 = T_1 (1 + \varepsilon)$, avec $\varepsilon << 1$.

On rappelle les deux approximations suivantes

$$\ln(1+\varepsilon) \approx \varepsilon \text{ et } 1/(1+\varepsilon) \approx 1-\varepsilon .$$

Montrer que $\varepsilon = \ln[P_{vap}(T_1) / (RT_1/V_1)] / (1- 5120 / T_1)$, *faire l'A.N. et donner la valeur de T_2.*

Réponses

Questions de cours

-P$\mathcal{V}$ = RT

-Soit V le volume du gaz : V=n $\mathcal{V}$, donc on a [P + a $n^2/\mathcal{V}^2$] [$\mathcal{V}$ – nb] = nRT

-n=m/M: donc on a [P + a/($M^2v_v^2$)] [v_v – b/M] = rT

- Clapeyron : $L_{vap} = T(v_v - v_l)\frac{dP_{vap}}{dT}$

- on v_v=rT/P_{vap} et v_v>> v_l, donc $\frac{dP_{vap}}{P_{vap}} = L_{vap}\frac{dT}{rT^2}$

En intégrant d'un état 0, on obtient la formule

Questions préliminaires

1°-a) P^{GP}=2494,2 Pa ; P^{VdW}=2493,7 Pa ===> P^{GP}-P^{VdW}=0,4 Pa et l'écart relatif = 0,2%

Conclusion : 1m3 de vapeur d'eau à 300K peut être considéré comme un gaz parfait.

1°-b) Ln(P_{vap}) = 13.7 – 5120 / T, on obtient P_{vap}(300K)=3494,8 Pa

P_{vap}(300K)> P correspondant à 18g de vapeur dans 1 m3 à 300K, pas de liquide dans l'enceinte.

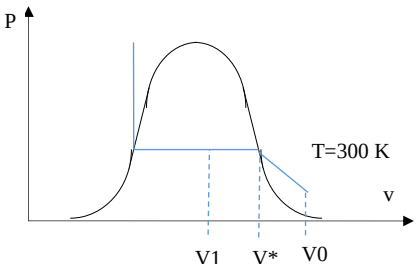
2°-a) Soit V=0,5 m^3 ne contenant que de la vapeur : P=RT/V=4988,4 Pa (Rappel, il y a une mole dans l'enceinte)

Cette valeur est supérieure à Pvap(300K), il existe du liquide dans 0,5m^3 à 300K

2°-b) On a la première goutte de liquide quand P=P_{vap}

$V^{*'}$ = RT/ P_{vap}(300K)=0,714 m^3.

2°-c)

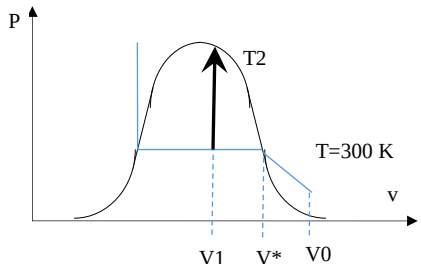


2°-d) à l'état final : V_1=$V_{1,v}$ + $V_{1,l}$

m_v=P_{vap} $V_{1,v}$/rT

Donc V_1= m_v rT/P_{vap}+ (m_0 - m_v)v_l, en réarrangeant on trouve la formule et X_v=70%

3°-a)



3°-b) Il n'y a que de la vapeur dans le volume V_1 à T2 : P_2V_1=RT_2 (Rappel 1 mole dans V_1).

On P_2= P_{vap}(T2)

Il faut résoudre P_2V_1=RT_2

et Ln(P2) = 13.7 – 5120 / T2

3°-c) Ln(RT2/V_1) = 13.7 – 5120 / T2 ===> Ln(T_1 (1 + ε)) = Ln(V_1/R) 13.7 – 5120 (1 - ε) /T1

===> $\varepsilon = \frac{[Ln(P_{vap}(T1)*V_1/(RT1)]}{[1-\frac{5120}{T_1}]}$ =0,022 ===>T2=306 K

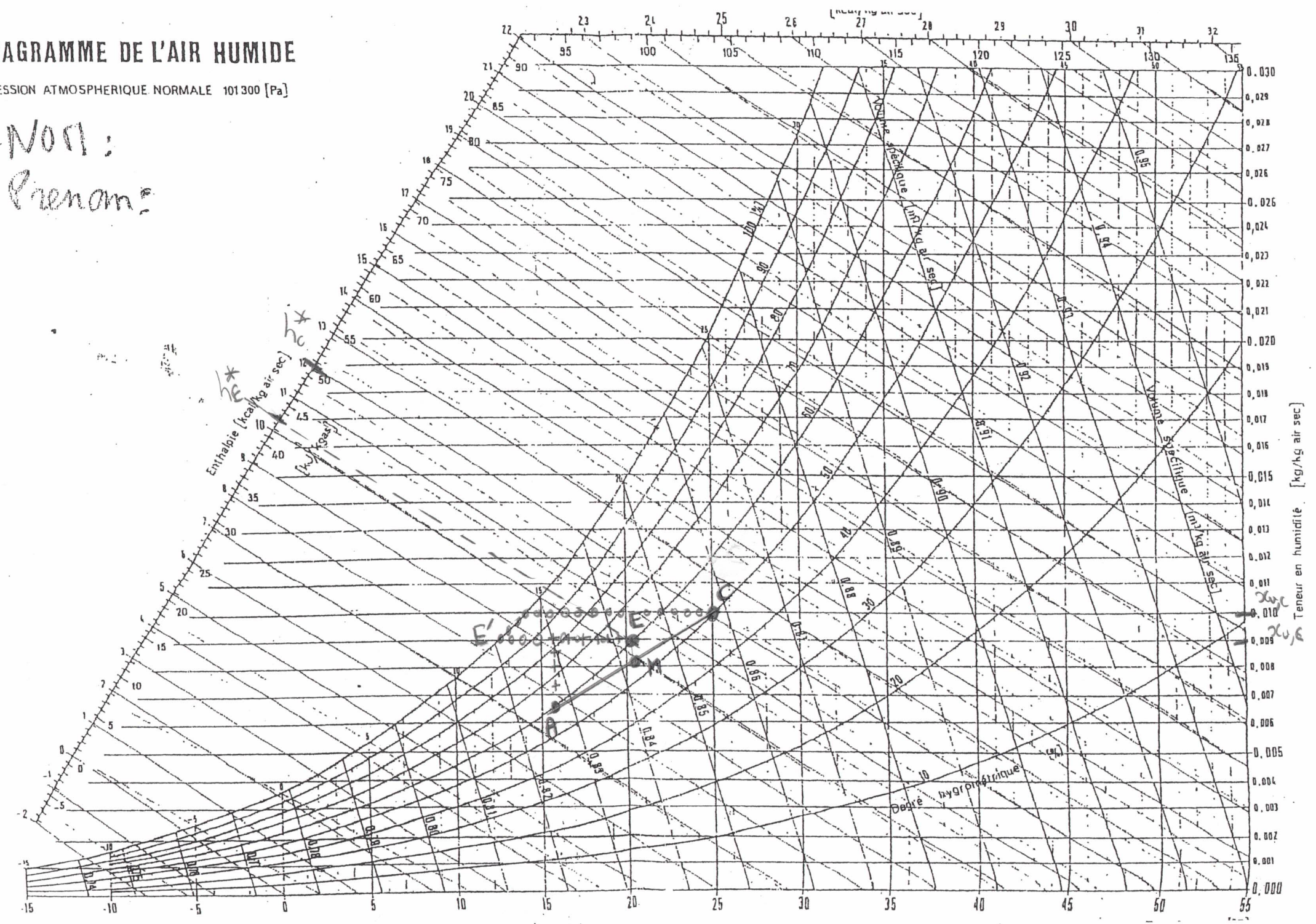
Machines Thermiques

DIAGRAMME DE L'AIR HUMIDE

PRESSION ATMOSPHERIQUE NORMALE 101300 [Pa]

Nom :

Prénom :



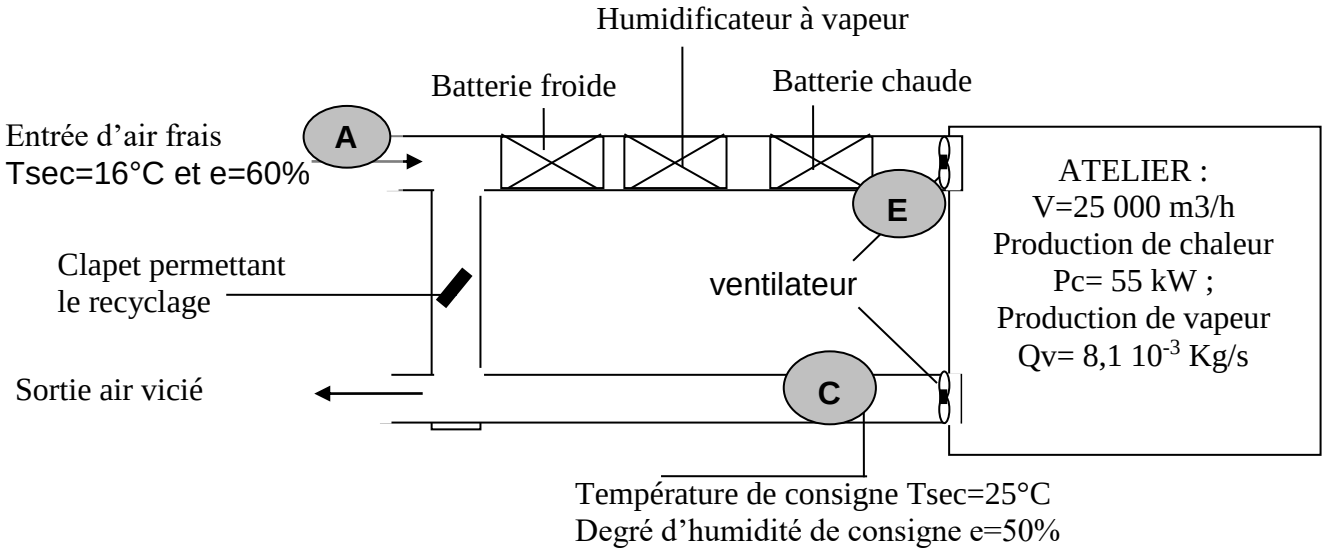
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude d'une installation de climatisation d'un atelier

Pour obtenir un confort thermique dans un atelier, on utilise l'installation de climatisation représentée sur le schéma ci-dessous.
- La batterie froide sert à refroidir l'air mais elle peut aussi permettre d'atteindre le point de rosé de l'air et donc la déshumidifier.
- La batterie d'humidification injecte de la vapeur d'eau, donc on admettra que l'humidification se fait sans changement de température.
- La batterie de chauffage permet de réchauffer l'air avant qu'elle pénètre dans l'atelier.

Les ventilateurs n'influencent pas les caractéristiques de l'air.
Dans l'atelier, il y a des machines et donc il existe une production de chaleur Pc (kw) et de vapeur Qv (Kg/s). Le débit d'air dans l'atelier est de 25 000 m3/heure.
La centrale d'air est commandée par un automate dont la consigne est :
température de sortie en C, Tsec=25°C et
degré d'humidité de sortie en C, e=50% (voir le schéma ci-dessous)

1°) Porter sur le graphe psychrométrique joint les points A (entrée air frais) et C (consigne et caractéristiques du point de sortie de l'air de l'atelier).
-A partir des courbes de volumes spécifiques v (m3/kg-as), calculer le débit d'air sec m_{as} (kg-as/s) dans l'atelier.*
-Exprimer l'enthalpie h^*_E du point d'entrée E de l'atelier en fonction l'enthalpie h^*_c du point de sortie C et de la puissance Pc ,
-Exprimer la teneur en vapeur $X_{v,E}$ du point d'entrée E de l'atelier en fonction de la teneur en vapeur $X_{v,C}$ du point de sortie C et de la production de vapeur Qv.
-Connaissant Pc= 55 kW et Qv=8,1 Kg/s, placer le point E sur le graphe.
2°) Si il n'y a aucun recyclage, quelles batteries doivent être en service pour passer du point A au point E?
- Tracer sur le graphe l'allure des transformations subies par l'air dans la centrale de traitement.
3°) Si toute l'air vicié est recyclé (pas d'apport d'air frais), quelles batteries doivent être en service ?
- Tracer sur le graphe l'allure des transformations subies par l'air dans la centrale de traitement.
4°) Il semble économique, d'un point de vue énergétique, de se passer de la batterie froide. Pour cela on recycle une partie de l'air de l'atelier.
- Comment doit on placer le point de mélange M, entre l'air frais A et l'air recyclé C pour éviter d'utiliser la batterie froide et pour que la puissance consommée soit minimum ?
- Déterminer à partir du graphe, le débit d'air et le débit de recyclage (on néglige les variations de volume spécifique v).*



Réponses

1°) Points A et C placés sur le diagramme grâce à la connaissance de T et e

v* (m3/kg-as)= V(m3/s) / m_{as}(kg-as/s), v* lu sur le diagramme = 0,857 m3/kg-as

===>m_{as}(kg-as/s)= 8,10 kg-as/s

Pc= m_{as} (h^*_C-h^*_E) et Qv= = m_{as} ($X_{v,C}$-$X_{v,E}$), avec h* en kJ/kg-as et Xv=mv/m_{as}

h^*_E = h^*_C – 6,8 kJ/kg-as et $X_{v,E}$ = $X_{v,C}$ – 0.001

Point E sur le diagramme à partir des coordonnées h* et Xv du point C

2°) pour passer du point A au point E, il faut chauffer et augmenter la teneur en eau Xv en humidifiant. La batterie froide est inopérante.

Le passage dans l'humidificateur et la batterie chaude est représentée par des croix sur le diagramme.

3°) pour passer du point C au point E, il faut déshumidifier de C à E', ce qui permet de baisser la teneur en eau Xv, et ensuite de chauffer de E' à E. L'humidificateur est inopérant.

Le passage dans la batterie froide et la batterie chaude est représentée par des ronds sur le diagramme.

Rq : du point de vue de l'hygiène, cette solution n'est pas envisageable.

4°) l'idée est de faire un recyclage partiel pour récupérer de la chaleur, mais de se passer de la batterie froide pour déshumidifier.

Sur le diagramme, le point M sera sur la droite A-C. il faut se rapprocher du point E.

Ne pas avoir le point M avec TM>TE, recycler au maximum l'air de l'atelier pour récupérer de la chaleur===> Tm=TE

$m_{air\ frais}$ / m_{total} = AM/AC =45% ===> 55% du recyclage (en masse)

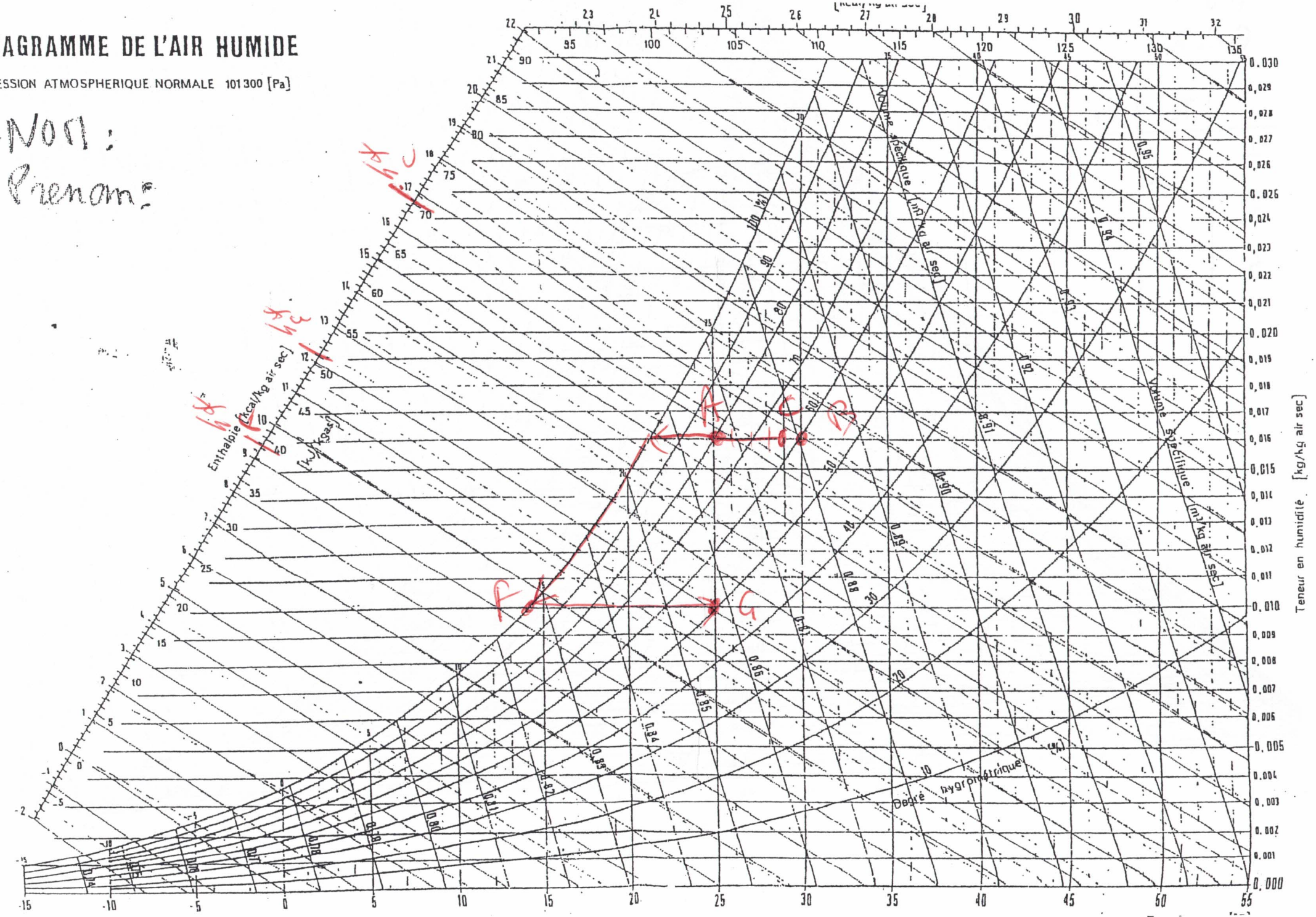
Rq : le calcul des puissances consommées montre que la solution avec ce recyclage partiel permet d'économiser environ 2/3 de la puissance consommée sans recyclage.

IAGRAMME DE L'AIR HUMIDE

ESSION ATMOSPHERIQUE NORMALE 101 300 [Pa]

Nom :

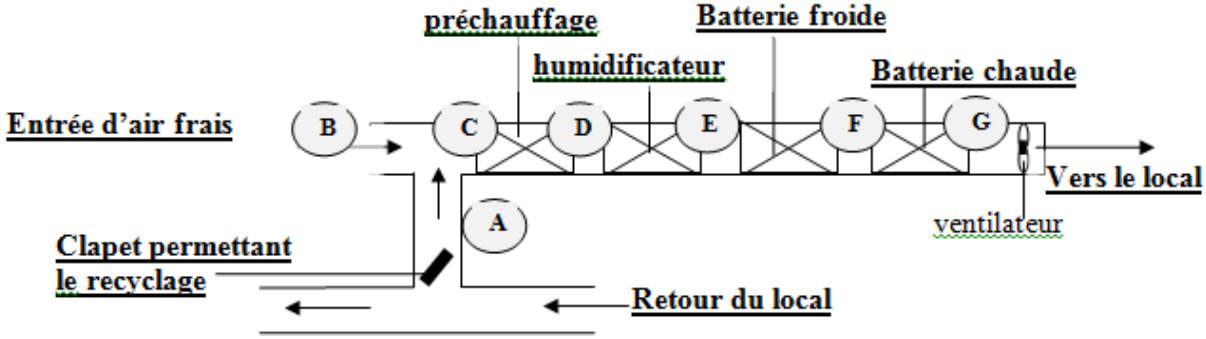
Prenom :



INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

CLIMATISATION D'UN LOCAL EN ETE

La figure ci-dessous montre le principe général d'une installation de chauffage et de climatisation.



Le taux de recyclage, défini par le rapport R= débit massique d'air sec en B/ débit massique total d'air sec dans le climatiseur en C. R= 4/5

Les conditions en A et B sont les suivantes:

Extérieure B	intérieur A	
TB= 30°C	TA=25°C	(températures sèches)
e=60 %	e=80 %	(degré hygrométrique)

-*Placer les points A, B et C sur le diagramme fourni.*

-En considérant les conditions en C, *dire quelles batteries faut-il mettre en œuvre pour obtenir en G des conditions de confort, T=25°C et e=50%* ? *Placer le point F sur le diagramme*.

Le taux de renouvellement de l'air dans le local est égal à deux fois le volume du local par heure.

Le volume du local est de 12 500 m3.

Quel est le débit volumique total (m3/s) en G entraîné par le ventilateur?

On assimile le mélange air+vapeur à de l'air sec. La pression totale est de 1,013 105 Pa. La constante massique des gaz parfait pour l'air est r=286,9 (SI).

En déduire le débit massique d'air sec (Kg/s) à la sortie du ventilateur?

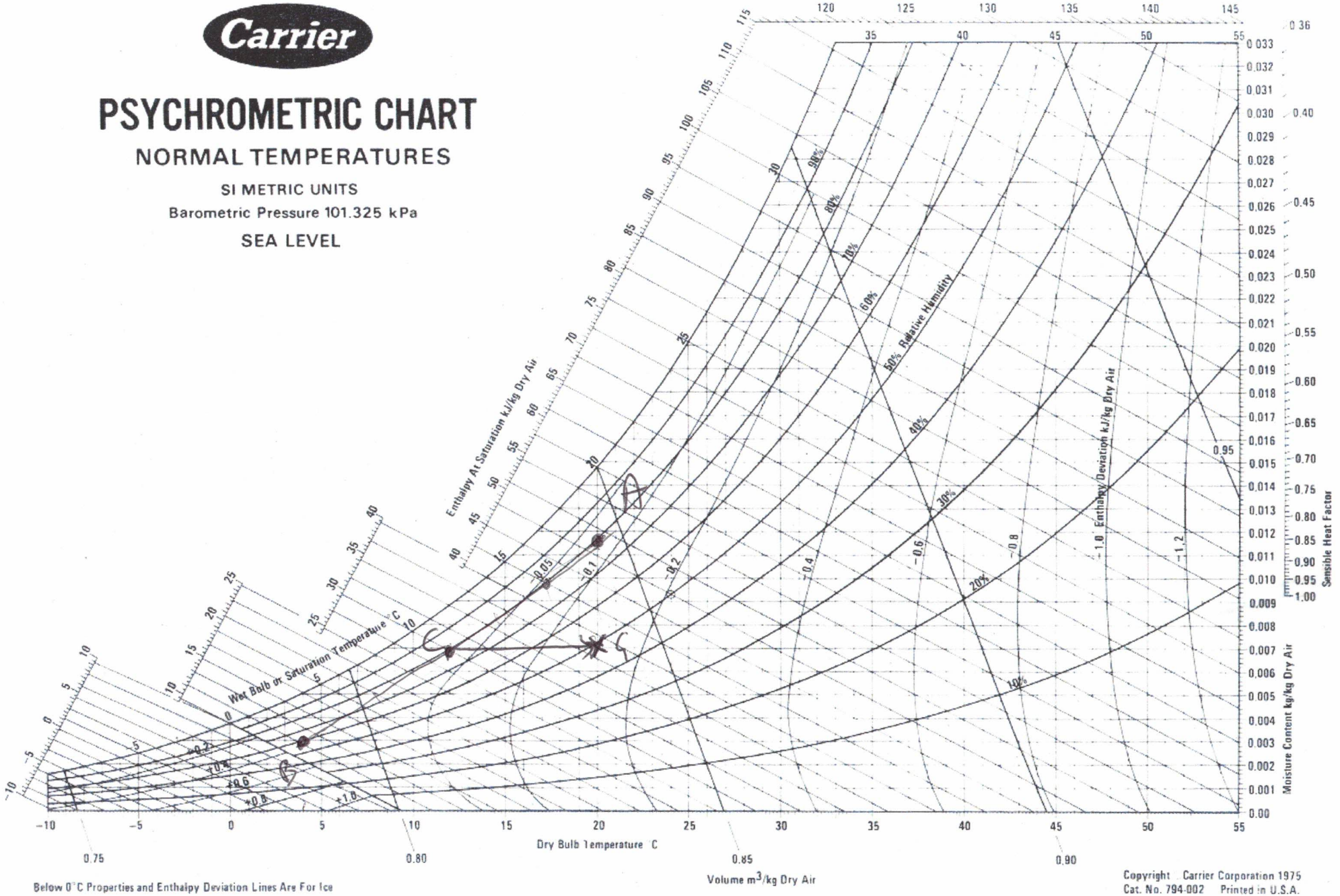
Quelle est la puissance extraite par la batterie froide?

Quelle est la puissance nécessaire à la batterie chaude ?

Réponses

- Points A, B : Placements connaissant deux coordonnées sur le diagramme
  Pont C : sur la droite de mélange A-B, tel que AC/AB=4/5 (mm/mm).
- Point : Placement connaissant deux coordonnées sur le diagramme
  Point C trop humide et trop chaud par rapport au point G
  Il faut mettre en action la batterie froide, ce qui conduira le point C au point F.
  En sortie de la batterie froide, il suffit que la teneur en eau en F respecte : $X_{v,F} = X_{v,G}$
  Par contre pour passer de F à G, il faudra actionner la batterie de chauffage.
- Débit volumique en G: D= 6,94 m3/s
- Débit d'air sec en sortie du ventilateur : m_{as}= RT / PD kgas/s= 8,22 kg/s
- Puissance échangée à la batterie froide : Pf= m_{as} (h^*_c-h^*_f)= 8,22 (70-39,5)= 250,7 kW
- Puissance échangée à la batterie chaude : Pc= m_{as} (h^*_g-h^*_f)= 8,22 (51-39,5)= 94,5 kW

Rq : le fonctionnement de la batterie froide est assez couteux, et il semble paradoxal de chauffer pour un confort d'été. C'est pourquoi on peut imaginer de moins recycler, ou bien d'injecter la chaleur dégagée par le condenseur de la batterie froide dans la batterie chaude.

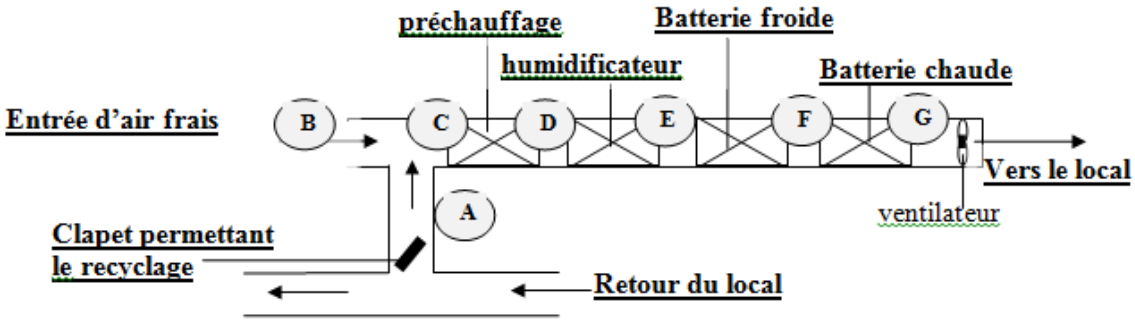


Reproduced courtesy of Carrier Corporation

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

CLIMATISATION D'UN LOCAL EN HIVER

La figure ci-dessous montre le principe général d'une installation de chauffage et de climatisation.



Le mélange air + vapeur est appelé *mélange sec.*
Le taux de recyclage est défini par le rapport R= débit massique de mélange sec en B/ débit massique total de mélange sec dans le climatiseur en C.
Le but de l'exercice est de déterminer la valeur de R pour avoir les bonnes conditions en G
Les conditions en A et B sont les suivantes:

Extérieure B	intérieur A	
TB= 4°C	TA=20°C	(températures sèches)
Tr= - 3°C	e=80 %	(e degré hygrométrique, Tr température de rosée)

Rappel : constante des gaz parfait : 8,32 (SI),
masses molaires de l'air et de la vapeur d'eau : respectivement 29g et 18g.
-*Placer les points A, B sur le diagramme fourni.*
-On veut avoir en G les conditions de confort, T=20°C et e=50%.
Placer le point G sur le diagramme.
On ne veut utiliser **que la batterie chaude**. *En déduire la position du point C sur le diagramme.*
En déduire la valeur du rapport R_{air} = débit massique d'air en B / débit massique d'air en A.
On assimile le mélange sec à de l'air.
Justifier cette approximation en considérant par exemple les conditions en G.
Calculer alors le taux de recyclage R.
Le taux de renouvellement de l'air dans le local est égal à deux fois le volume du local par heure.
Le volume du local est de 12 500 m3.
Quel est le débit volumique total (m3/s) en G entraîné par le ventilateur?
La pression totale est de 1,013 10^5 Pa. La constante massique des gaz parfait pour l'air est r=286,9 (SI).
En déduire la valeur du débit massique (Kg/s) à la sortie du ventilateur?
Quelle est la puissance de chauffe nécessaire pour climatiser le local?

Réponses
-Points A, B et C placés connaissant deux coordonnées sur le diagramme (voir diagramme joint)
- Le point C est sur la droite de mélange A-B.
pour atteindre le point G, on utilise que la batterie de chauffage, donc Xv,C= Xv,G (trajectoire horizontale)
ce qui permet de placer le point C
- Soit $M_{as,B}$ et $M_{as,B}$, les débit d'air sec respectivement en A et B. $R_{air} = M_{as,B} / M_{as,A}$= BC/BA sur la droite de mélange A-B. R_{air} =33m/38mm= 0,868
- On assimile les mélanges secs à de l'air sec. Justification :
Pour le point G par exemple, $X_{v,G}$= 0.007, donc la constante des gaz parfaits $r_{mél}$ pour le mélange des gaz sec est $r_{mél}= (r_{as} + X_{v,G}\ r_{H2O})/(1+ X_{v,G})$= 287,9,0 J/kg. r_{as}= 286,9 J/kg. Donc les masses volumiques sont égales
- $R= M_B / (M_B + M_A)= M_{as,B} / (M_{as,B} + M_{as,A})= R_{air} /(R_{air} + 1)$ = 0,465 (environ 50% de recyclage)
- D(m3/s)=6.94 m3/s
- avec la loi des gas parfait : P D = m(kg/s) $r_{mél}$ T
Avec l'approximation précédente: P D = m_{as} r_{as} T ===> m_{as}(kg/s)= 6,36 kg/s
- P= m_{as} (h^*_G-h^*_C), les enthalpies sont lues sur le diamgramme : h^*_G = 39 kJ/kgas et h^*_C= 30 kJ/kgas
===> P= 75 kW

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Comparaison entre plusieurs façons de se chauffer

Pour chauffer un bâtiment, on a besoin d'une puissance thermique **Pchauffage** de 20 kW (la chaleur à apporter par seconde dans le bâtiment).

1- On utilise une chaudière à fioul dont l'efficacité de combustion est égale à 80%. Cette efficacité est définie par le rapport Pchauffage/Pcombustion (Pcombustion est la puissance apportée par la combustion). La chaleur dégagée par la combustion de 1 litre de fioul est de $3{,}8\ 10^7$ J.

- *quel est le nombre de litres par seconde nécessaire* ?

2- On utilise un radiateur électrique (d'efficacité égale à un). La centrale thermique à fioul de EdF qui produit le courant a un rendement de 40% (cycle de Rankine amélioré)

- *Rappeler ce que représente le rendement d'une installation qui produit de la puissance mécanique utile.*
- *Quel est le nombre de litres de fioul par seconde nécessaire* ?

3- On utilise une pompe à chaleur. On suppose que l'efficacité de la machine (le COP) est de 4,042 (voir exercice Pompe è Chaleur)

- *Quelle est la puissance électrique Pcomp nécessaire* ?
- *Quel est le nombre de litres de fioul consommé par seconde à la centrale EdF pour avoir cette électricité ?*

4- *comparer les trois cas en termes de dépenses d'énergie fossile.*

Important : Dans les trois cas précédents, on supposera que les organes électriques (générateurs, moteur électrique de compression, radiateurs électrique) sont parfaits, c'est à dire avec efficacité égale à un.

Réponses

1- $\varepsilon_{comb} = P_{chauf} / P_{comb}$, P_{comb}=25 kW, soit X^{chaud}_{comb} le débit de fioul $X^{chaud}_{comb} = 6{,}58\ 10^{-4}$ l/s

2- $\varepsilon_{EdF} = P_e / P_{comb}$, P_{comb}= 50 kW, soit X^{radiat}_{comb} le débit de fioul associé = $13{,}2\ 10^{-4}$ l/s

3- $COP = P_{chauf} / P_{comp}$, avec P_{comp} la puissance électrique nécessaire pour la compression.

P_{comp} = 4,95 kW,

soit une puissance de combustion nécessaire au niveau de la centrale thermique à fioul de EdF égale P^{PAC}_{comb} = 12,37 kW, soit un débit de fuel de $X^{PAC}_{comb} = 3{,}25\ 10^{-4}$ l/s.

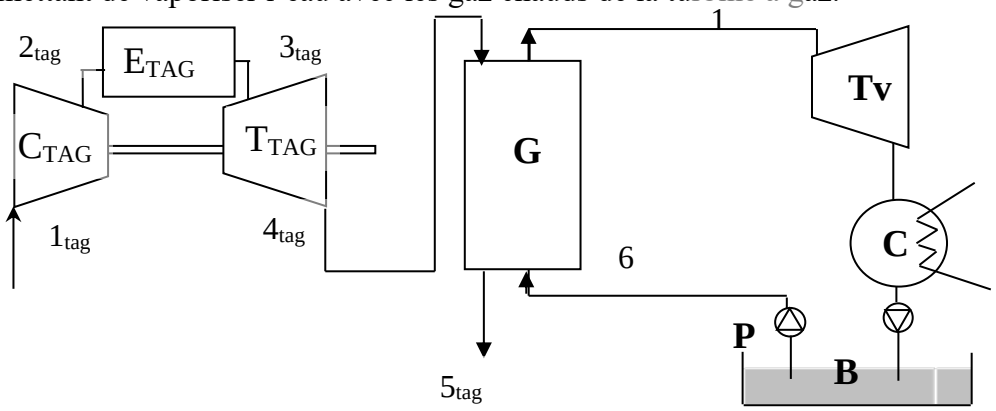
5- En conclusion : $X^{PAC}_{comb} = 3{,}25\ 10^{-4}$ l/s < $X^{chaud}_{comb} = 6{,}58\ 10^{-4}$ l/s < $X^{radiat}_{comb} = 13{,}2\ 10^{-4}$ l/s

On voit bien les consequences socio-économiques et environmentales de ces chiffres

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude du cycle combiné, Turbine à vapeur + turbine à gaz

Les gaz chauds de la turbine servent à générer de la vapeur pour la turbine à vapeur, la turbine ayant les mêmes points de fonctionnement et le même rendement que celle du *cycle réel de l « étude d'une turbine à gaz »*
Le circuit de la turbine à vapeur est *le circuit sans soutirage de l « Etude d'une turbine à vapeur »*, la turbine ayant le même rendement de détente adiabatique N_{det} et les mêmes conditions de fonctionnement, en particulier la même surchauffe. Le générateur est cette fois-ci un échangeur permettant de vaporiser l'eau avec les gaz chauds de la turbine à gaz.



Les gaz de turbine sortent du générateur à T_{5tag}= 320K
Il n'y a pas de perte de charge dans le générateur
Donner la relation qui existe entre le débit d'air m_a (Kg/s) dans la turbine à gaz et le débit de vapeur m_v de la turbine à vapeur.
On veut produire 25 MW de puissance. *Quelle est la nouvelle relation qui existe entre ma et mv ? Donner les valeurs numériques de m_a et m_v .*
Calculer le rendement global de l'installation ? on utilisera la valeur $c_p = 10^3$ (SI) pour l'air
Comparer au cas ou on utilise la turbine à gaz seule ou au cas ou on utilise la turbine à vapeur seule pour produire la même puissance.

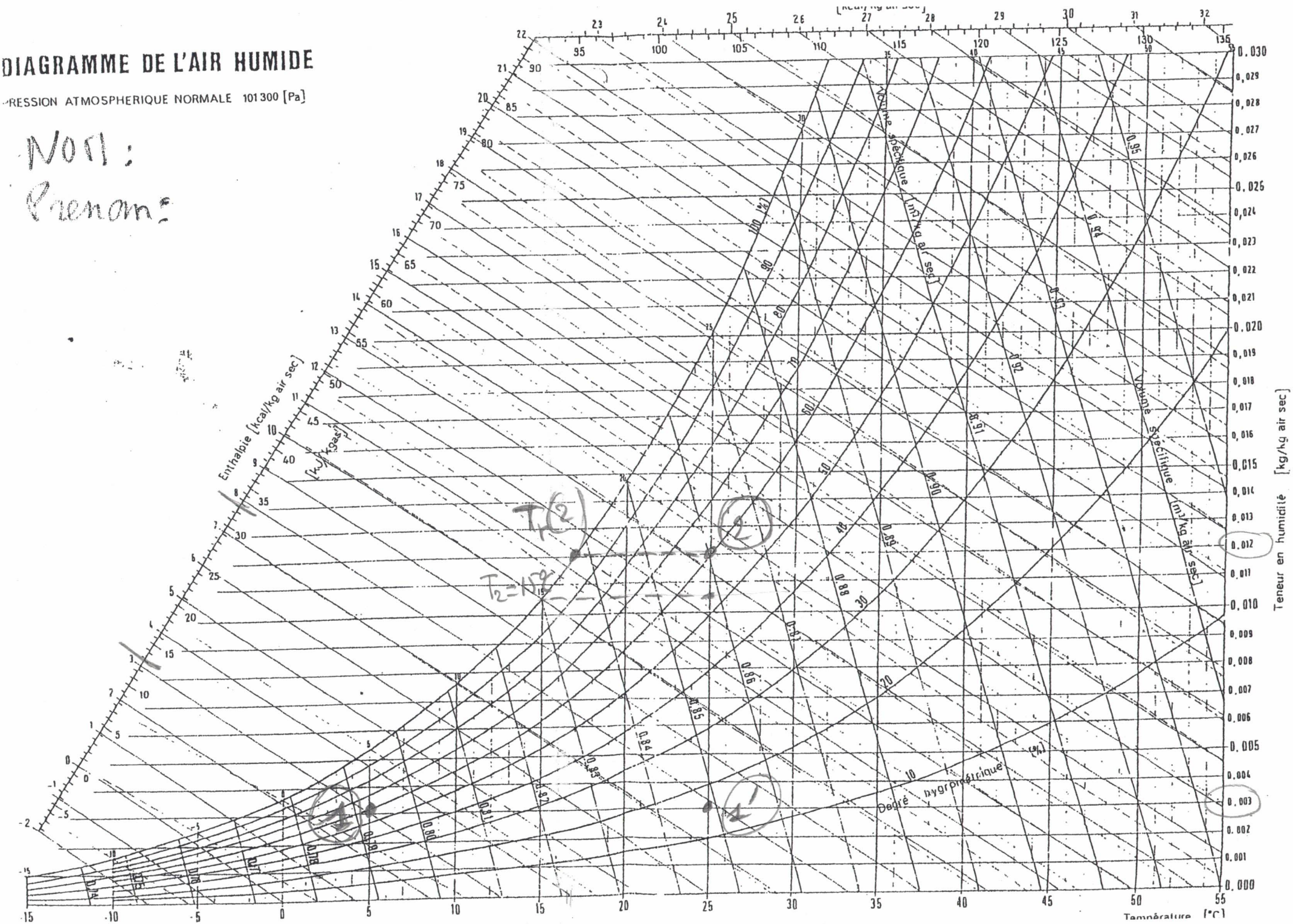
Réponses
$m_a (h_4^{TAG} – h_5^{TAG}) = m_v (h1- h_6)$
h_3^{TAG} et h_4^{TAG}sont identiques au cas du cycle réel de l « étude d'une turbine à gaz »
h_1 et h_3 sont identiques au cas du circuit sans soutirage de l « Etude d'une turbine à vapeur »,
h_5^{TAG}est connu car T_5^{TAG}est connu
$25\ 10^3 = m_a [(h_3^{TAG} – h_4^{TAG})- (h_2^{TAG} – h_1^{TAG})]+ m_v (h_1 – h_3)$
$m_a = 7{,}37\ m_v$ ===> m_a = 47,6 kg/s et m_v = 6,46 kg/s
$r_{global} = -(Wu^{TAG} + Wu^{TV})/[m_a c_p (T_3^{TAG} – T_2^{TAG})]$
avec $c_p = 10^3$ (SI), r_{global}= 47,6 %

DIAGRAMME DE L'AIR HUMIDE

PRESSION ATMOSPHERIQUE NORMALE 101 300 [Pa]

Nom :

Prénom :



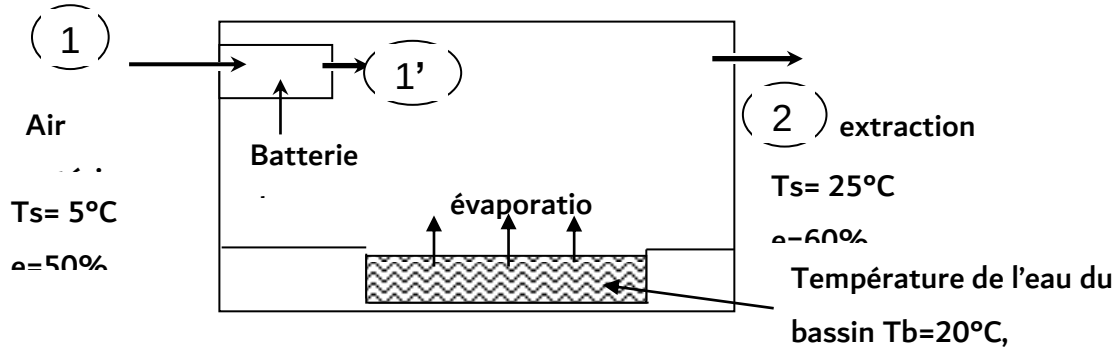
INSA de Rouen

Département Energétique et propulsion

Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

déshumidification d'une piscine couverte

A la surface du plan d'eau d'une piscine, il existe une forte évaporation qui va humidifier et augmenter le degré hygrométrique de l'air du hall dans laquelle se trouve la piscine.
Pour éliminer cette vapeur d'eau, on renouvelle l'air de ce hall avec de l'air extérieur.



Le débit de vapeur au dessus de l'eau du bassin est donnée par la relation

$$\dot{m}'' = 4{,}16\ 10^{-5}\ (Pv''(eau) - Pv''(air))$$ **en Kg/s/m2**

avec $Pv''(eau)$ **la pression de vapeur saturante à la température de l'eau du bassin (en kPa)**

$Pv''(air)$ **la pression de vapeur saturante** *au point de rosée pour l'air du hall(point 2)* **(en kPa)**

On donne la relation entre la pression de vapeur saturante et la température

$$Ln(Pv''/1{,}40974*10^{10}) = \frac{-3928{,}5}{(231{,}667 + t(°C))}$$ **Pv '' est en pascal et t en °C**

On étudie le hall et sa piscine dans un régime stationnaire

1°) *placer les points 1, 1' (en sortie de chauffage) et 2 sur le diagramme joint.*

Remarque : l'humidification de l'air sortant de la batterie de chauffage (pt 1') sera considérée comme étant réalisée avec une injection de vapeur, donc à température constante

2°) *Calculer le débit* $\dot{m}$ *(Kg/s) d'evaporation de l'eau du bassin*

3°) *à partir du bilan de vapeur, calculer le débit d'air sec traversant le hall*

4°) *Calculer la puissance de chauffe nécessaire*

5°) *A partir de quelle température, les faces intérieures des vitres du hall seront couvertes de buée* **?**
Les parois de ces vitres sont en réalité à 15°C. *Comment agir sur les conditions du hall pour eviter cette condensation* **, la température du hall devant rester égale à 25°C pour le confort des usager?**

Remarque : dans cette troisème partie, toutes les données qui ne sont pas dans l'énoncé et sur la figure ci-dessus doivent être lues sur le diagramme fourni.

Réponses

1°) Points 1 et 2 sont placés connaissant deux coordonnées sur le diagramme (voir diagramme joint)

Le point 1' est un chauffage donc le passage de 1 à 1' se fait sans changer la valeur de X_v, et la température de 1' est 25°C (voir hypothèse dans l'énoncé)

2°) $Pv^{»}(20°C)$ = 2,343 kPa, pression de vapeur saturante juste au dessus du bassin

$Pv^{»}$(air) = pression de vapeur saturante au point de rosée pour l'air dans le hall

Le point de rosée Tr(2) se lit sur le graphe : Tr(2)=17°C

On en deduit $Pv^{»}(17°C)$ = 1,933 kPa

M = 1,706 10^{-2} kg/s débit d'évaporation du bassin

3°) Débit de vapeur sortant (kg/s): $X_{v,2}\, m_{as,2}$

Débit de vapeur entrant (kg/s): $X_{v,1}\, m_{as,1}$, avec $m_{as,1} = m_{as,2} = m_{as}$

On a $X_{v,2}\, m_{as} = X_{v,1}\, m_{as} + M$ ====> m_{as}= 1,89 kg/s

4°) $P_{chauf} = m_{as}\,(h^*_{1'} - h^*_1)$= 37,8 kW

5°) Si la température des vitres est égale à 17°C (Tr(2)), alors il y a de la buée sur les vitres du hall

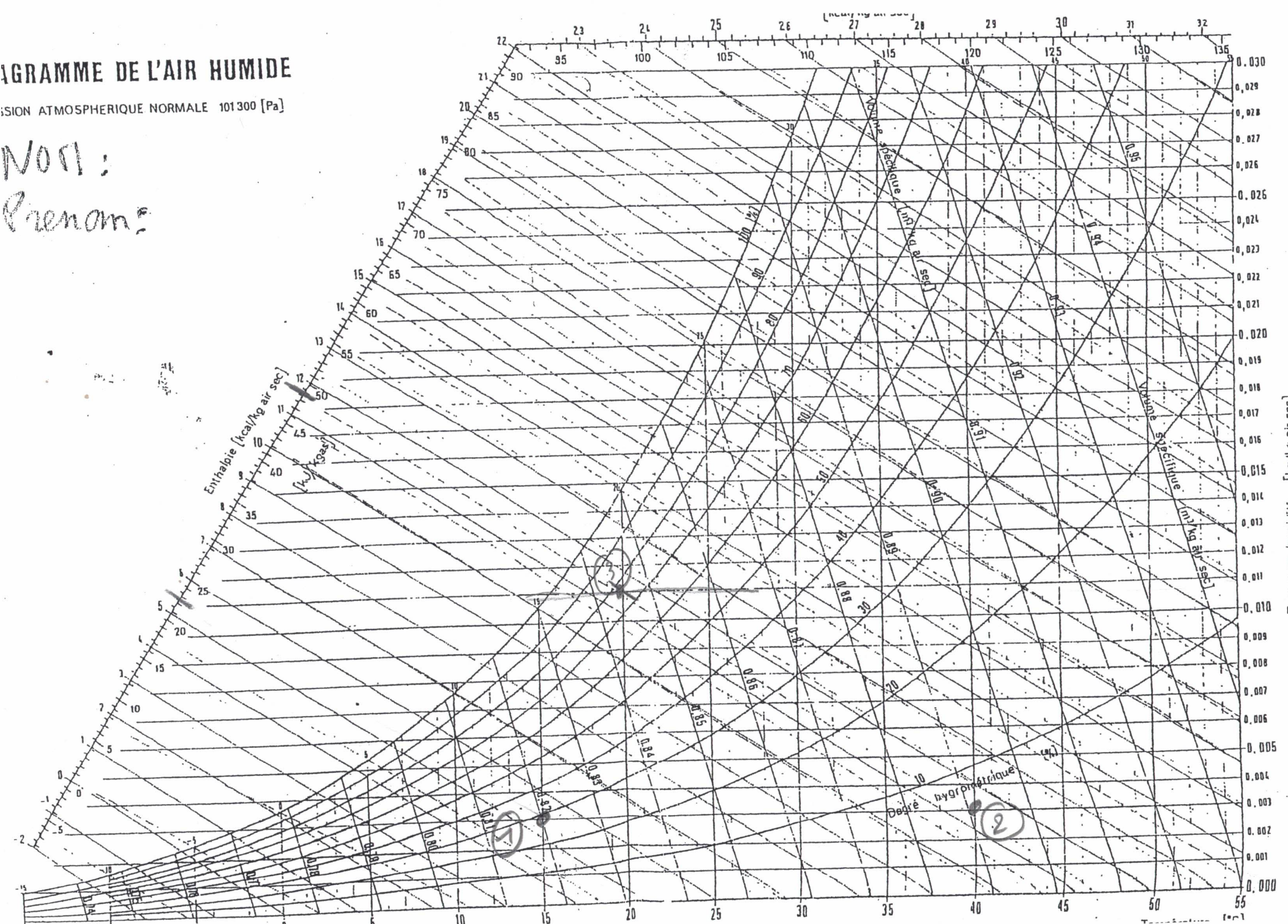
La température des vitres est en réalité égale à 15°C, alors il ne faut pas que Tr(2) atteigne 15°C, Pour cela, il faut désumidifier et abaisser le dégré hygrométrique e du hall en dessous de 52-53%

AGRAMME DE L'AIR HUMIDE

SION ATMOSPHERIQUE NORMALE 101300 [Pa]

Nom :

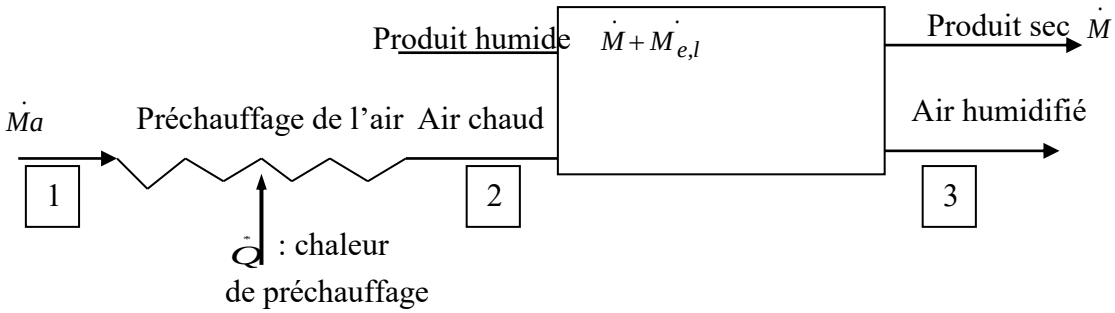
Prénom :



INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE D'UN SECHOIR

Pour sécher en continu un produit qui contient de l'eau, on le fait passer dans une enceinte ou circule de l'air chaud.



Le produit contient initialement de l'eau liquide. Le débit massique du produit est $\dot{M}$, celui de l'eau liquide $\dot{M}_{e,l}$. En sortie du séchoir, le produit est complétement sec, toute l'eau liquide se retrouve en vapeur dans l'air de séchage, dont le débit d'air sec est $\dot{M}a$.

Les conditions en 1, 2 et 3 sont:

x_v1= 0.003 $T_{as}1$=15°C; $T_{as}2$=40°C et x_v3= 0.011

On suppose que l'humidification de l'air de 2 à 3 se fait à enthalpie h* constante. *Pourquoi ?*

Placer les points 1, 2 et 3 sur le graphe joint et compléter le tableau ci-dessous ***(à fournir dans la copie)***

	1	***2***	***3***
x_v	***0.003***		***0.011***
T_{as} (°C)	***15°C***	***40°C***	
h* (Kj/Kg as)			

Exprimer le débit $\dot{M}_{e,l}$ *de l'eau extraite en fonction du débit* $\dot{M}a$ *et des conditions données ci-dessus.*

Exprimer, la puissance de préchauffage $\dot{Q}$*, en fonction du débit* $\dot{M}a$ *et des conditions données ci-dessus.*

En deduire la valeur de $\dot{Q}/\dot{M}_{e,l}$

A.N. On extrait une quantité d'eau de 10^{-3} kg/s

Calculer, $\dot{Q}$, $\dot{M}a$ *et le débit volumique d'air à l'entrée en 1.*

Pour faire le calcul du débit volumique, on peut faire une approximation judicieuse que l'on justifiera.

on donne: R=8,32 ; Mair=0.029; 1 atm= 10^5 (SI)

Réponses

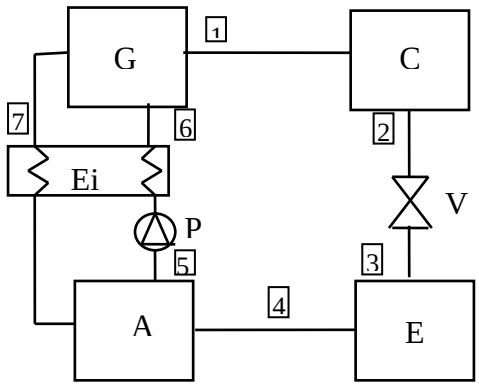
- Le mélange chaud et sec en 2 absorbe de l'eau liquide pour sortir de l'échangeur dans les conditions du point 3. Un calcul simple montre que $h^*_3 \approx h^*_2$, l'enthapie massique de l'eau liquide est très inférieure à h^*_2
- Placements de 1 et 2 : grâce aux valeurs de T_{as} et X_v
  Placement de 3 : on connait $X_{v,3}$ et h^*_3

	1	***2***	***3***
x_v	***0.003***	***0.003***	***0.011***
T_{as} (°C)	***15°C***	***40°C***	***19,5°C***
h* (Kj/Kg as)	***23***	***47***	***47***

- $M_{e,l} = M_{as} (X_{v,3} - X_{v,2})$
- $Q_{1-2} = M_{as} (h^*_2 - h^*_1)$
- $Q_{1-2} / M_{e,l} = (h^*_2 - h^*_1) / (X_{v,3} - X_{v,2})$
- $M_{e,l} = 10^{-3}$ kg/s, donc $Q_{1-2} = 3$ kW, $M_{as} = 0{,}125$ kg/s
  $P = \rho_{mel}\, r_{mel}\, T$ donc $D(m3/s) / M_{mel}(kg/s) = r_{mel}\, T/P$
  On peut approximer ρ_{mel} et M_{mel} par leurs valeurs pour l'air sec car les teneurs Xv sont faibles:
  $D(m3/s) / M_{as}(kg/s) = r_{as}\, T/P = 371$ m3/h

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Description *sommaire* d'une machine à absorption MAA (Simple effet) utilisée pour la production du froid



G : Générateur (colonne de distillation)
C : Condenseur
V : Vanne de détente (*détente isenthalpe*)
E : Evaporateur (extraction de la chaleur)
Ei : Echangeur interne
P : Pompe

L' absorbant est un liquide et le fluide frigorigène de l'eau
On suppose que le fluide frigorigène est pur dans l'évaporateur et qu'à sa sortie la vapeur n'est pas surchauffée. On suppose aussi que le liquide n'est pas sous-refroidi à la sortie du condenseur.
On néglige le travail dépensé dans la pompe.

1°) *Que représente* P^{utile} *pour une MAA et sur quelle partie de la machine est elle échangée ?*
Que représente P^{cons} *pour une MAA et sur quelle partie de la machine est elle nécessaire ?*
Quel autre nom peut être donné à l'efficacité ε_{MAA} *de la MAA ?*

2°) *donner les points qui sont à haute pression et ceux qui sont à basse pression.*
Donner la phase du mélange absorbant-réfrigérant aux points 5, 6 et 7
on appelle X^{abs} la concentration massique de l'absorbant dans le mélange liquide
X_7^{abs} *est elle égale, inférieure ou supérieure à* X_6^{abs} *?*
Donner la phase du réfrigérant aux points 1, 2, 3 et 4

3°) On donne T1= 25°C et T4= 0°C, et le tableau suivant résume les propriétés de l'eau pure sur la courbe de changement d'état

t (°C)	T (K)	p (bar)	u $m^3(kg)^{-1}$	u' $m^3(kg)^{-1}$	h $kJ(kg)^{-1}$	h' $kJ(kg)^{-1}$	L $kJ(kg)^{-1}$	s $kJ(kg)^{-1}K^{-1}$	s' $kJ(kg)^{-1}K^{-1}$
0,00	273,15	0,006108	0,0010002	206,3	− 0,04	2 501,6	2 501,6	− 0,0002	9,1577
0,01	273,16	0,006112	0,0010002	206,2	0,00	2 501,6	2 501,6	0,0000	9,1575
25	298,15	0,03166	0,0010029	43,40	104,77	2 547,3	2 442,5	0,3670	8,5592
50	323,15	0,12335	0,0010121	12,05	209,26	2 592,2	2 382,9	0,7035	8,0776
100	373,15	1,0133	0,0010437	1,673	419,06	2 676,0	2 256,9	1 3069	7,3554
150	423,15	4,760	0,0010908	0,3924	632,15	2 745,4	2 113,2	1,8416	6,8358
200	473,15	15,549	0,0011565	0,1272	852,37	2 790,9	1 938,6	2,3307	6,4278
250	523,15	39,776	0,0012513	0,05004	1 085,8	2 800,4	1 714,6	2,7935	6,0708
300	573,15	85,927	0,0014041	0,02165	1 345,0	2 751,0	1 406,0	3,2552	5,7081
350	623,15	165,35	0,0017411	0,008799	1 671,9	2 567,7	895,7	3,7800	5,2177
374,15	647,30	221,20	0,00317	0,00317	2 107,4		0,0	4,4429	

Température critique : t_c = 374,15 °C

Si la puissance P^{utile} est de 2000kW , calculer le débit massique du liquide réfrigérant $\dot{m}_r$.

Réponses :

1°) P^{utile} est la puissance 'froid' échangée au niveau de l'évaporateur E (échangeur)
P^{cons} est la puissance chauffe apportée au niveau du générateur de vapeur G.
ε_{MAA} = Coefficient de Performance = COP

2°) Haute pression : 1, 2, 6 et 7
Basse pression : 3, 4 et 5

Phase liquide aux points 5, 6 et 7

$X_7^{abs} > X_6^{abs}$, le générateur sert à enlever de 6 à 7 du réfrigérant dans le mélange absorbant/réfrigérant

Pour le réfrigérant : point 1= vapeur, point 2= liquide, point 3=liquide/vapeur, point 4= vapeur

3°) $P^{utile} = m_r (h4-h3)$

Point 4 : vapeur non surchauffée, il est sur la courbe de changement d'état à 0°C, h4= 2501,8 kJ/kg

Point 3 : h3=h2, point 2 liquide non sous-refroidi, sur la courbe de changement d'état à 25°C,

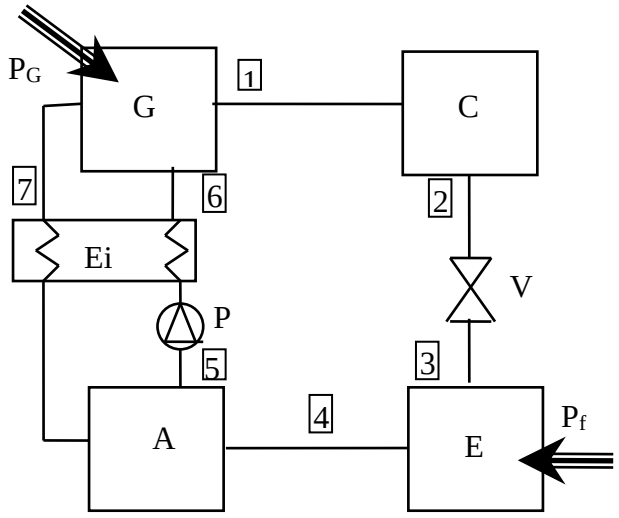
h3= 104,77 kJ/kg

$m_r = 0,834$ kg/s

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

On souhaite produire en été à la fois de la puissance utile (de l'électricité) et du froid (pour la climatisation des locaux)

Première partie : Une machine à absorption MAA (Simple effet) est utilisée seule pour la production du froid



G : Générateur (colonne de distillation)
C : Condenseur
V : Vanne de détente (*détente isenthalpe*)
E : Evaporateur (extraction de la chaleur)
Ei : Echangeur interne
P : Pompe

Pf : puissance froide extraite du local climatisé
PG : puissance de chauffe consommée par le générateur

L' absorbant est une mélange eau+Bromure de lithium et le fluide frigorigène de l'eau dont les caractéristiques pression de vapeur/température et enthalpie sont fournies sur les graphes joints.
On donne : - $T_{cond.}$ = 25 °C
- $T_{absorb.}$ = 25 °C
- $T_{evap.}$ = 5 °C (température de l'eau de rafraîchissement)
- $P_6=P_1=P_7$

On suppose que le fluide frigorigène est pur dans l'évaporateur et que à sa sortie la vapeur n'est pas surchauffée. On suppose aussi que le liquide n'est pas sous-refroidi à la sortie du condenseur.
On donne $\Delta X^{abs}= X_7^{abs}- X_6^{abs}$ = 2,8%, X^{abs} concentration massique de l'absorbant dans le mélange liquide
1°) A l'aide du graphe fourni,
donner les valeurs des températures Ti et des concentrations massique de l'absorbant X_i^{abs} pour tous les points de la machine (1 à 7)
Placer ces points sur le graphe.

2°) *Calculer la puissance à extraire dans le local, P_f, en fonction du débit de liquide réfrigérant $\dot{m}_r$*
3°) *Ecrire les bilans de matière du générateur G et de l'absorbeur A,*

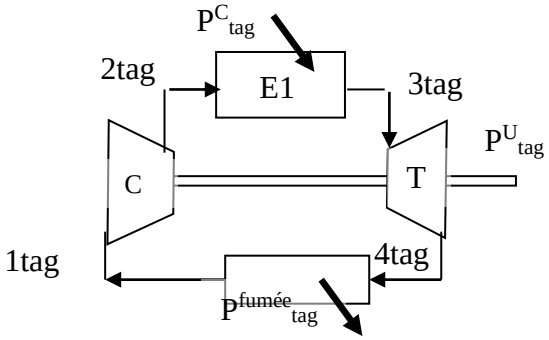
En déduire une relation entre $\dot{m}_r$ et $\dot{m}_6$
Ecrire le bilan d'énergie au niveau du générateur
Placer sur le diagramme (h, X^{abs}) les points 6 et 7.
4°) *En déduire le COP de l'installation. Faire l'application numérique*
(utiliser les graphes et les propriétés de l'eau fournies ci-dessous)

Température	Enthalpie Eau liquide (KJ/Kg)	Enthalpie eau vapeur (KJ/Kg)
5 °C	20.9	2510.74

25 °C	104.77	2547.3

Deuxième partie : production séparée de la puissance froid et de la puissance utile

La puissance 'froid' est produite par la MAA et la puissance utile par une turbine à gaz **TAG**
Le schéma ci-dessous donne les éléments de la TAG.
le rendement de la TAG, défini par $\eta_{tag} = -P_{tag}^{U} / P_{tag}^{C}$, est égal à 0,45.



5°) *montrer que la puissance thermique rejetée parles fumées de la turbine,* $P^{fumée}_{tag}$ *, est donnée en valeur absolue par*

$$\left|P_{tag}^{fumée}\right| = (1 - \eta_{tag})\, P_{tag}^{C}$$

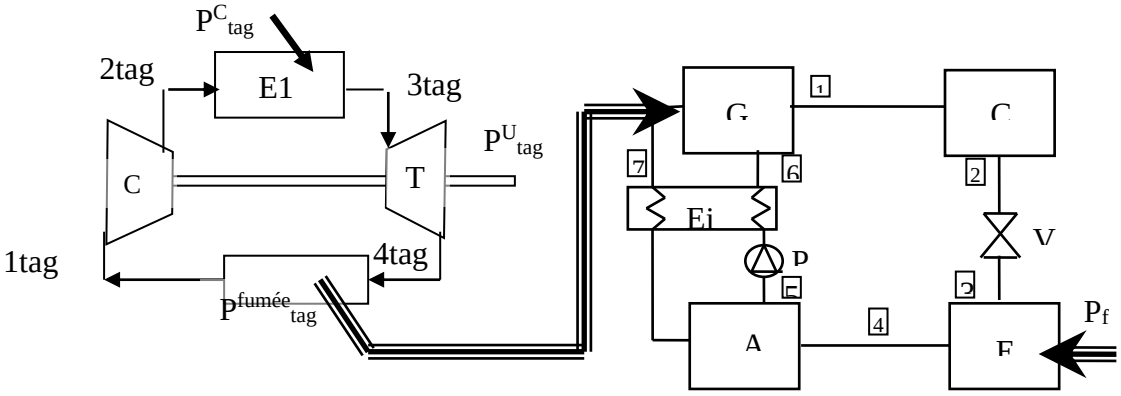
6°) *montrer que la puissance totale dépensée par les deux machines est donnée par*

$$P_{totale}^{dépensée} = P_f \left(\frac{1}{COP} + \frac{1}{\eta_{tag}} \frac{\left|P_{tag}^{U}\right|}{P_f}\right)$$

A.N. on récupère autant de puissance utile $\mathbf{P^U_{tag}}$ que de puissance froide **Pf,** c'est à dire **Pf/** $\mathbf{P^U_{tag}=1}$
Faire l'application numérique et calculer $P_{totale}^{dépensée}$ *en fonction de* P_f*.*

troisième partie : Etude de l'installation couplée TAG+MAA

Il semble judicieux de récupérer la puissance perdue dans les fumées de la turbine pour chauffer le générateur de la machine à absorption.
le couplage thermique de la TAG avec la MAA est sans perte



On veut toujours produire la même quantité de froid P_f **.**

7°) *calculer la puissance totale dépensée* $P_{totale}^{dépensée}$ en fonction de P_f , du COP (de la MAA) et de η_{tag}
Faire l'application numérique et calculer $P_{totale}^{dépensée}$ *en fonction de* P_f*.*
Conclure par rapport au résultat du 6°).
8°) *exprimer le ratio* P_f/P^u_{tag} *en fonction du COP (de la MAA) et du rendement* η_{tag} *de la turbine.*

Faire l'application numérique et conclure par rapport au résultat du 6°).

Réponses : 1er partie

1°) T1=T2= 25°C, $X_1^{abs} = X_2^{abs} = 0$

(Rq : les pressions se lisent sur la droite X^{ref}=100% et en plaçant les points 1 et 2, P1=P2=3,2 kPa)

T3=T4= 5°C, $X_3^{abs} = X_4^{abs} = 0$

(Rq : les pressions se lisent sur la droite X^{ref}=100% et en plaçant les points 3 et 4, P3=P4=0,7 kPa)

P4=P5, T5= 25°C, le placement du point 5 permet de lire $X_5^{abs} = 50\%$

P6=P7=P1= 3,2 kPa, $X_6^{abs} = X_5^{abs} = 50\%$, le placement du point 6 permet de lire $T_6 = 48°C$

X_7^{abs}= 2,8% /ΔX^{abs} + 50% =52,8%, P7=P1, le placement du point 7 permet de lire $T_7 = 53°C$

2°) $Pf=m_r (h4-h3)= m_r (h4-h2)$

3°) débits massiques au générateur $m_6= m_7 + m_r$

débits massiques de l'absorbant au générateur $m_6 X_6^{abs} = m_7 X_7^{abs}$

$\Longrightarrow m_6/ m_r = X_7^{abs} /\Delta X^{abs}$

$P_G + m_6 h6 = m_r h1 + m_7 h7$

4°) $COP= P_f / P_G= (h4-h2)/[h1-h7+ m_6/m_r ((h7-h6)]$

L'énoncé fournit les valeurs de h1, h2 et h4

Le diagramme (h, X^{abs}) permet de lire les valeurs de h6=100 kJ/kg et h7=120 kJ/kg

COP=0,858

Réponses : 2eme partie

5°) En partant du 1er principe pour un cycle de la TAG, on retrouve la formule

6°) en partant de $P_{totale}^{dépensée}= P_G + P_{TAG}{}^C$, on retrouve la formule

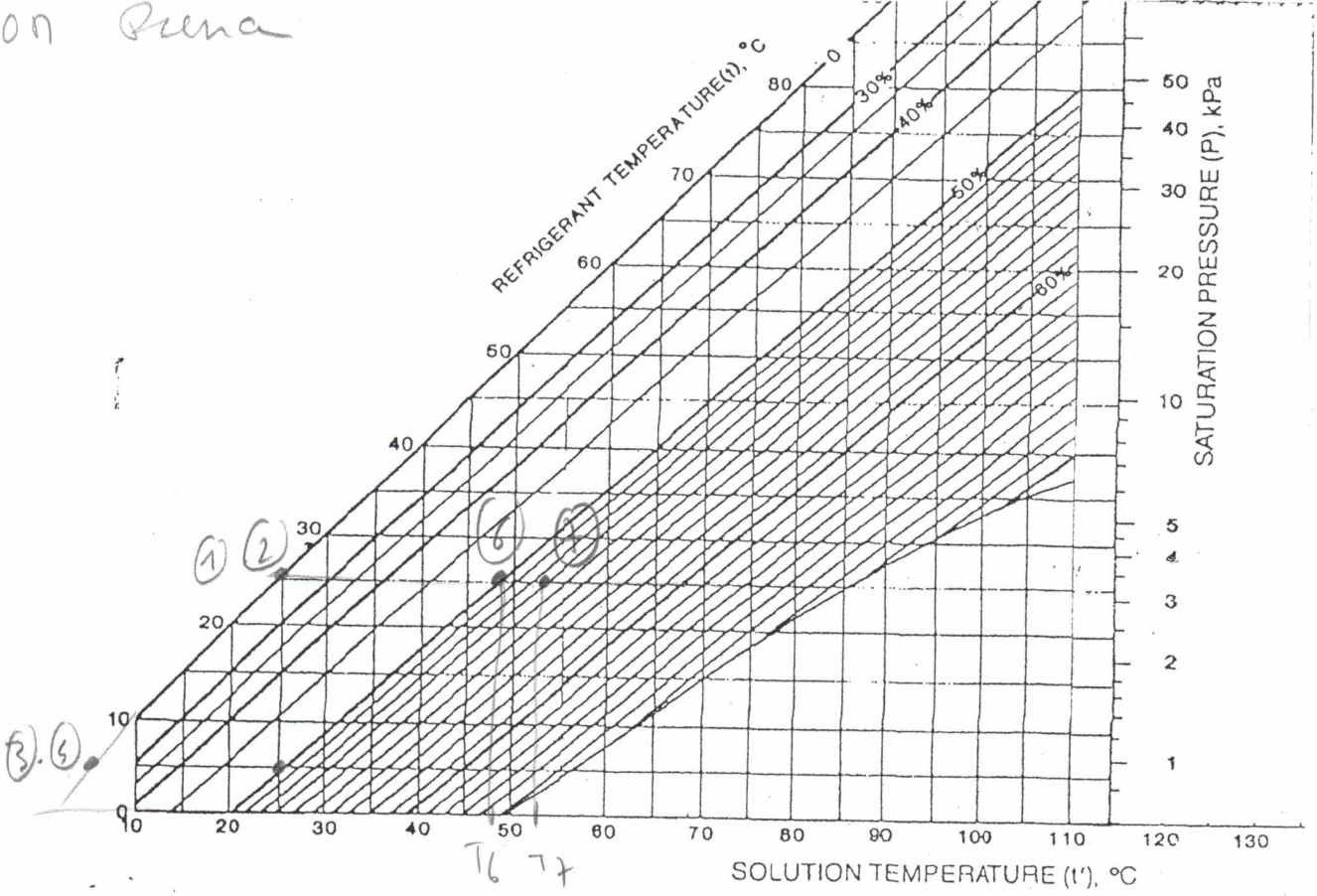
$P_{totale}^{dépensée}$=3,39 P_f

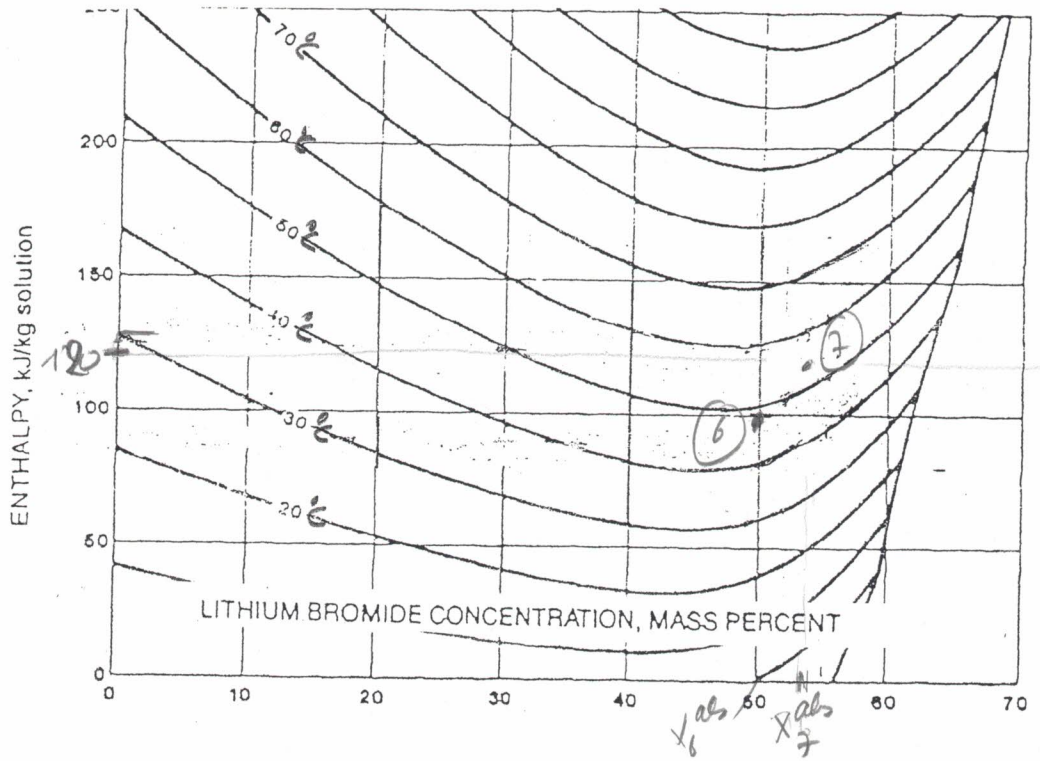
Réponses : 3eme partie

7°) $P_{totale}^{dépensée} = P_f / [COP (1-\eta_{TAG})]$

$P_{totale}^{dépensée}$ = 2,12 P_f

8°) $P_f /P_u^{TAG} = COP (1-\eta_{TAG})/ \eta_{TAG})= 0,964$





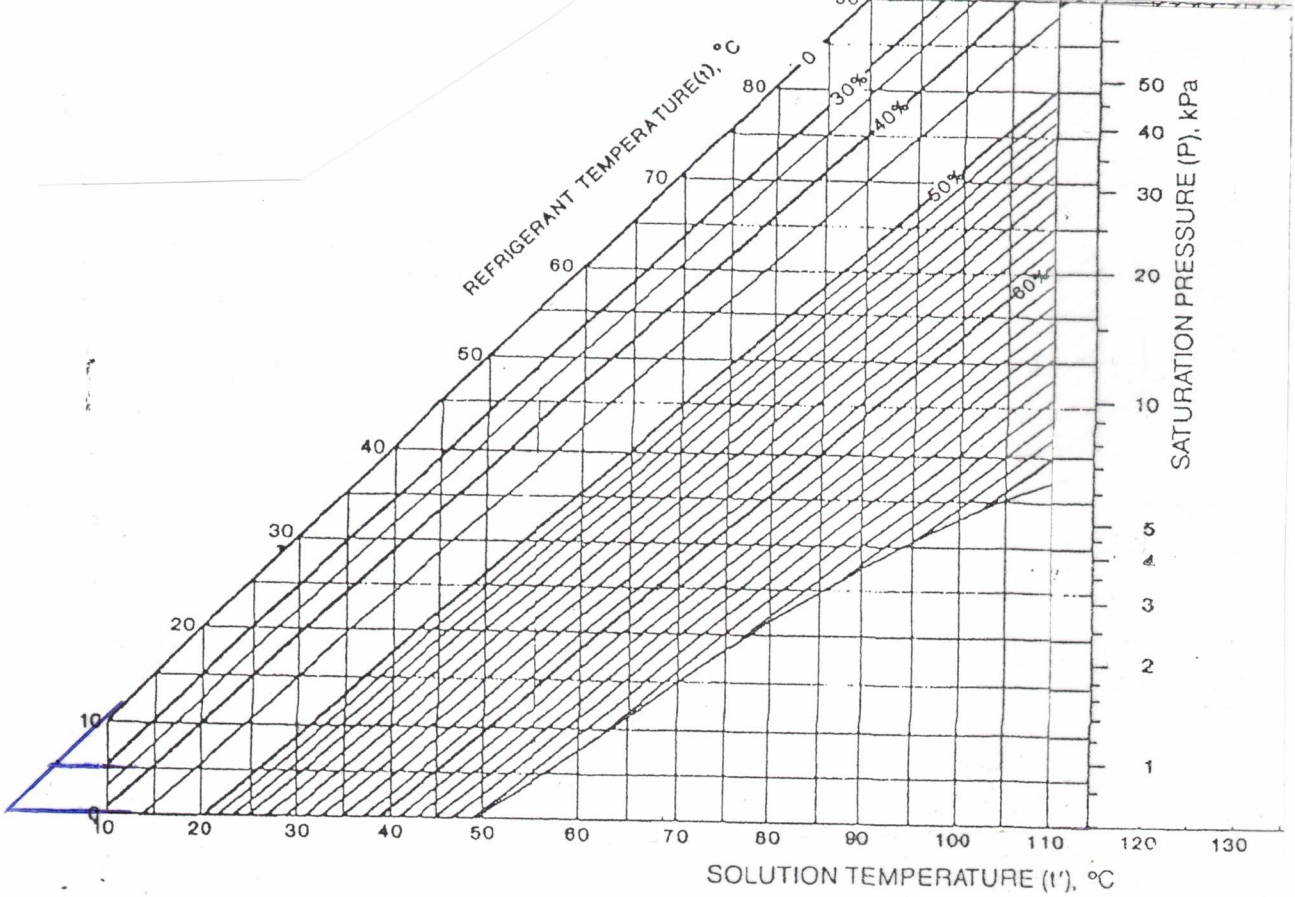
PROPRIÉTÉS DE L'EAU ET DE LA VAPEUR D'EAU, ÉTAT SATURÉ[1]

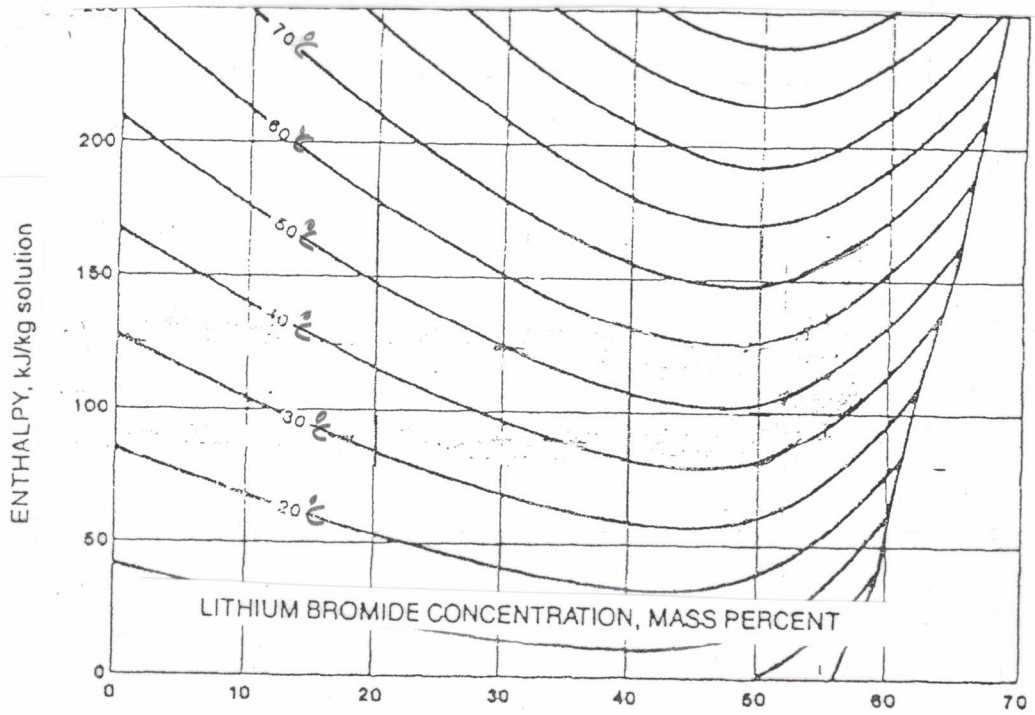
t (°C)	T (K)	p (bar)	u $m^3(kg)^{-1}$	u' $m^3(kg)^{-1}$	h $kJ(kg)^{-1}$	h' $kJ(kg)^{-1}$	L $kJ(kg)^{-1}$	s $kJ(kg)^{-1}K^{-1}$	s' $kJ(kg)^{-1}K^{-1}$
0,00	273,15	0,006108	0,0010002	206,3	− 0,04	2 501,6	2 501,6	− 0,0002	9,1577
0,01	273,16	0,006112	0,0010002	206,2	0,00	2 501,6	2 501,6	0,0000	9,1575
25	298,15	0,03166	0,0010029	43,40	104,77	2 547,3	2442,5	0,3670	8,5592
50	323,15	0,12335	0,0010121	12,05	209,26	2 592,2	2382,9	0,7035	8,0776
100	373,15	1,0133	0,0010437	1,673	419,06	2 676,0	2256,9	1 3069	7,3554
150	423,15	4,760	0,0010908	0,3924	632,15	2 745,4	2 113,2	1,8416	6,8358
200	473,15	15,549	0,0011565	0,1272	852,37	2 790,9	1938,6	2,3307	6,4278
250	523,15	39,776	0,0012513	0,05004	1 085,8	2 800,4	1 714,6	2,7935	6,0708
300	573,15	85,927	0,0014041	0,02165	1 345,0	2 751,0	1 406,0	3,2552	5,7081
350	623,15	165,35	0,0017411	0,008799	1 671,9	2 567,7	895,7	3,7800	5,2177
374,15	647,30	221,20	0,00317	0,00317	2 107,4		0,0	4,4429	

Température critique : $t_c = 374,15$ °C.

Pression critique $p_c = 221,20$ bar

Nota : Un état arbitraire de l'eau a été choisi pour lui attribuer une entropie nulle ($s = 0$, $T = 273,16$ K).





NOM :

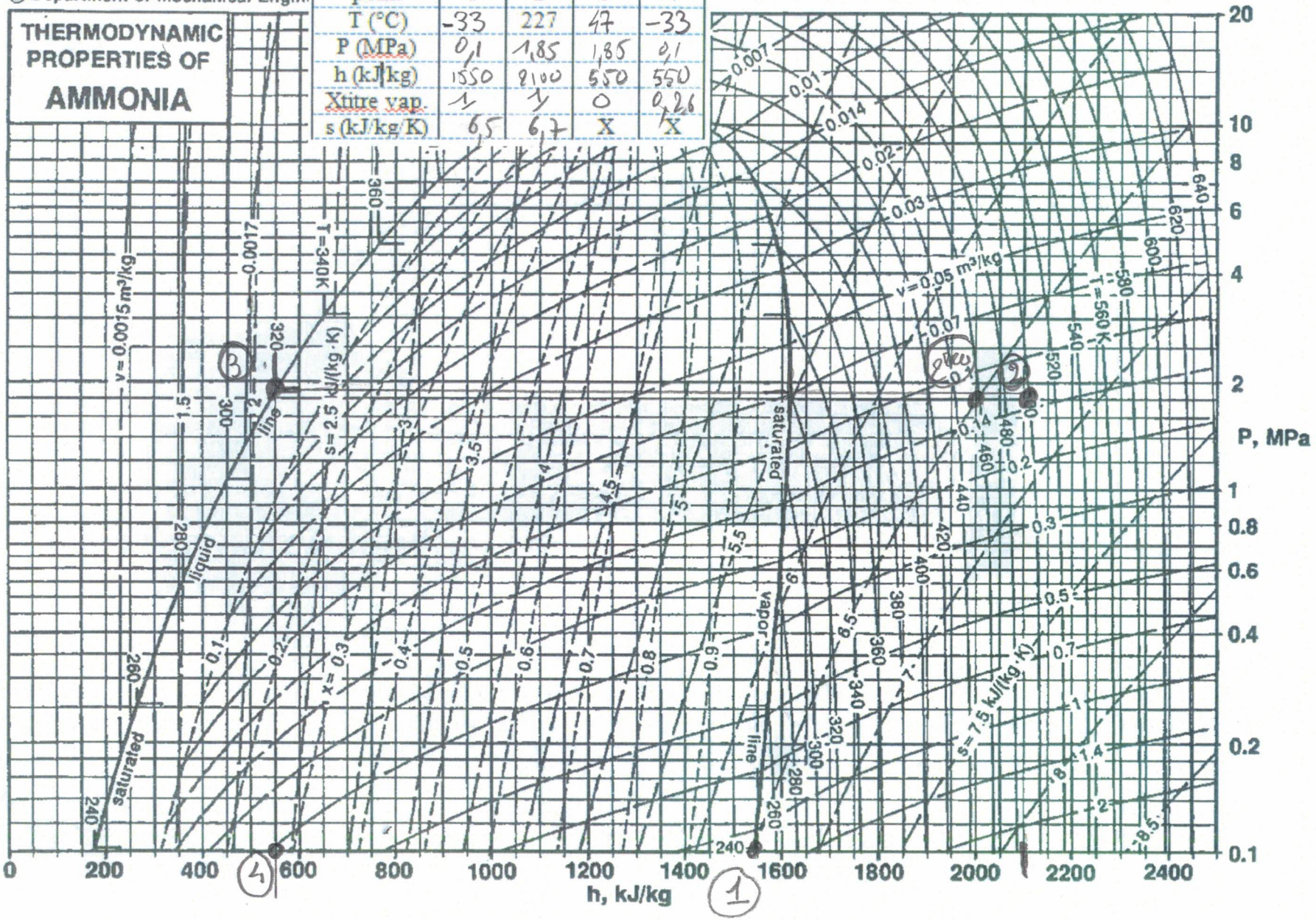
PRENOM :

SCAN

Machine Simple NOM : Prénom.

© Department of Mechanical Engin

point	1	2	3	4
T (°C)	-33	227	47	-33
P (MPa)	0,1	1,85	1,85	0,1
h (kJ/kg)	1550	8100	550	550
Xtitre vap.	1	1	0	0,26
s (kJ/kg K)	6,5	6,7	X	X

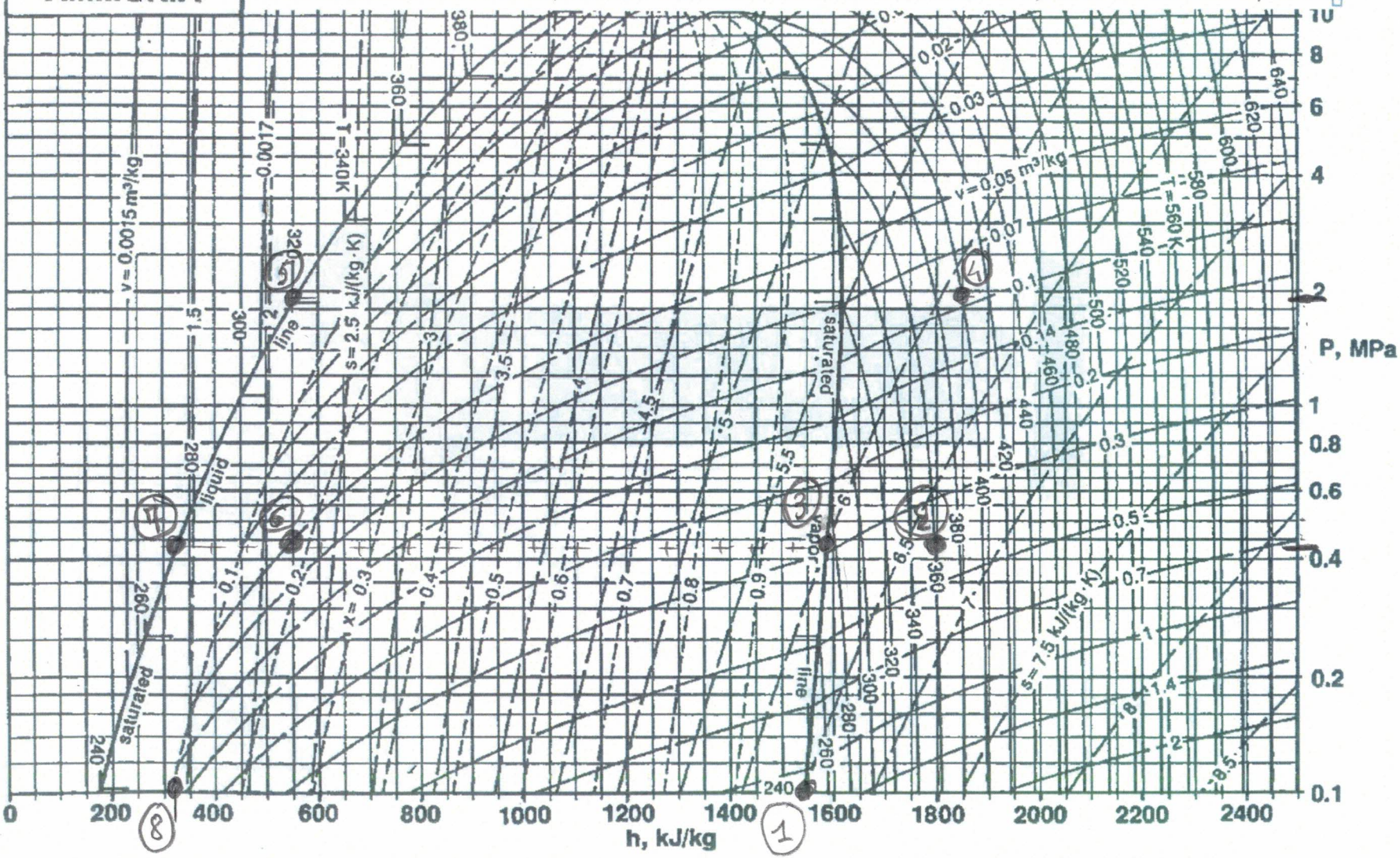


Nachine Danka NOM: Prénom:

© Department of Mechanica

THERMODYNAMIC PROPERTIES OF AMMONIA

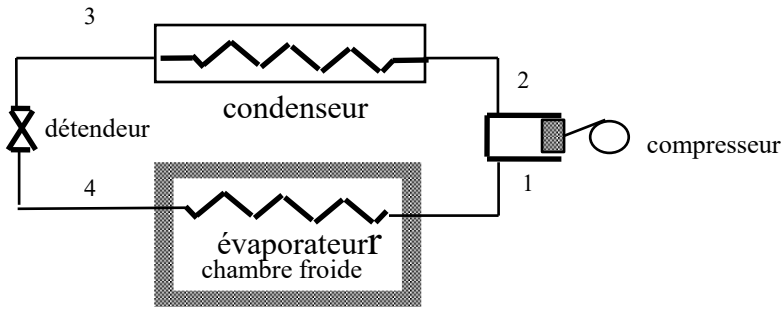
point	1	2	3	4	5	6	7	8
T (°C)	−33	87	0	127	47	0	0	−33
P (MPa)	0,1	0,43	0,43	1,85	1,85	0,43	0,43	0,1
h (kJ/kg)	1550	1800	1590	1850	550	550	385	385
Xtitre vap.	1	1	1	1	0	0,18	0	0,1



INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE A COMPRESSION

La figure ci-dessous représente le schéma d'une machine frigorifique fonctionnant avec de l'ammoniac.



L'ensemble est constitué par:

-un compresseur. La compression est adiabatique et le travail utile échangé est W^u.
La température finale est 227°C
-Un condenseur d'où ressort l'ammoniac à l'état liquide, non sous-refroidi et à t= 47°C.
-Une vanne de détente où il n'y a pas de pertes de chaleur.
-Un évaporateur servant à maintenir à basse température la chambre froide**. La puissance extraite est égale à 200 kW.** L'ammoniac ressort à l'état de vapeur saturante non surchauffée à t= -33°C.

Le diagramme (P,h) est fourni pour NH3, certaines valeurs manquantes et qui ne sont pas calculées doivent être lues sur ce diagramme.

Etude pratique de la machine.

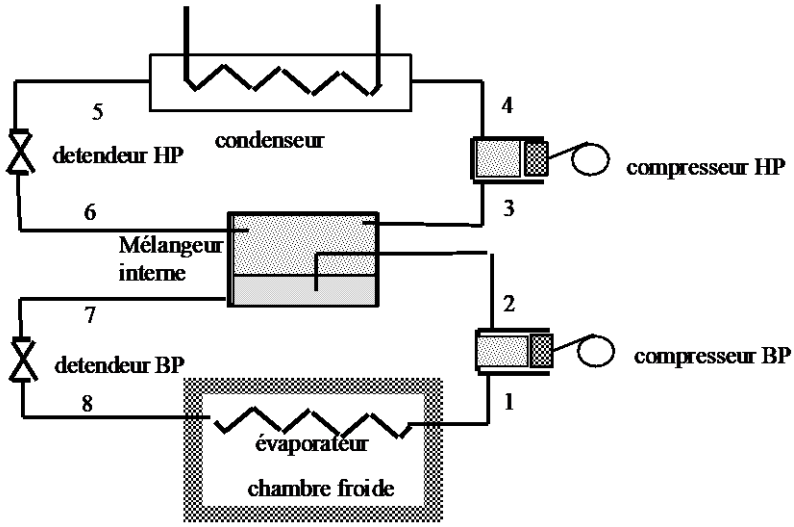
1°) *Compléter le tableau fourni* (température, pression, enthalpie, titre et entropie) et *placer les points du cycle sur le diagramme (P,h) également fourni.*
2°) *Calculer le débit massique dans le compresseur.*
3°) *définir le COP de l'installation (son efficacité globale)*
Donner sa valeur numérique.
4°) *montrer simplement que la compression est irréversible.*
Si on suppose que l'ammoniac est un gaz parfait et que la compression est adiabatique et réversible, q*uelle serait la température T_2^{rev} finale atteinte ?*

Etude théorique de la machine

L'installation est une machine ditherme. Elle échange la chaleur Qc avec une source chaude à la température constante t_c= 47°C et la chaleur Qf avec une source froide à la température constante t_f= -33°C

5°) *Pour un cycle, faire le bilan énergétique de la machine et donner la relation qui existe entre W^u, Qf et Qc*
Pour un cycle, faire le bilan entropique de la machine et donner la relation qui existe entre Qf , Qc, Tf, Tc et S^p_{cycle} la production interne d'entropie pour l'ensemble du cycle
6°) *En déduire la valeur théorique du COP en fonction de Qf, Tf, Tc et S^p*
7°) *En déduire la valeur théorique du COP que l'on obtiendrait avec un cycle de Carnot*, c'est à dire si on suppose que l'ammoniac effectue un cycle constitué de deux adiabatiques réversibles entre deux isothermes à t_f= -33°C et t_c= 47°C.
Calculer sa valeur numérique. Comparaison par rapport au résultat du 3°)

cas de la machine à deux étages de compression.
La figure ci-dessous représente le schéma d'une machine frigorifique fonctionnant avec deux étages de compression.



Il s'agit d'une installation comprenant un circuit haute pression et un circuit basse pression.
L'ensemble est constitué par:

-Deux compresseurs. Les compressions sont adiabatiques.
-Un condenseur d'où ressort l'ammoniac à l'état liquide, non sous-refroidi et à T=47°C.
-Deux vannes de détente où il n'y a pas de perte de chaleur.
-Un évaporateur servant à maintenir à basse température la chambre froide**. La puissance extraite est égale à 200 kW.** L'ammoniac ressort à l'état de vapeur saturante à -33°C.
- Un mélangeur interne qui permet simultanément de désurchauffer de 2 à 3 la vapeur provenant du compresseur BP et de condenser de 6 à 7 le mélange issu du détendeur du circuit HP. En 3, la vapeur est saturante, le point 7 est sur la courbe de changement d'état.

Les valeurs des pressions des points 1-2-3-4 sont imposées et données dans le tableau fourni avec le graphe.
Les valeurs des températures des points 1-2-4 sont imposées et données dans le tableau fourni avec le graphe.

8°) *Compléter le tableau fourni* (température, pression, enthalpie et titre) et *placer les points du cycle sur le diagramme (P,h) également fourni.*
Dans le cas où une valeur n'est pas disponible, il faut l'estimer de façon simple grâce à deux valeurs encadrantes du graphe.
9°) *Calculer le débit massique M_{BP}(kg/s) dans le compresseur BP.*
Faire le bilan énergétique du mélangeur, en déduire le débit massique M_{HP}(kg/s)dans le compresseur HP.
10°) *Calculer la valeur de l'efficacité globale de l'installation* (voir la définition au (**I**) du C.O.P.)
En comparant ce résultat à celui du I (machine simple idéale), on s'aperçoit que la compression bi-étagée améliore les performances de la machine. *Justifier en quelques lignes.*

Réponses

1°) Sur le diagramme (p,h) de NH3, placer en premier les points 1 et 3
Pour placer P2 : utiliser le fait que P2=P3 et T2=500 K
Pour placer P4 : utiliser le fait que h3=h4 et T4=T1=240 K

2°) $P_{froid} = m\ (h1-h4) = m\ (1550- 550) \Longrightarrow m = 0,2$ kg/s

3°) COP = utile/ dépense= 200kW/[m(h2-h1)] = 200/[0,2 (2100-1550)]= 1,82

4°) $s_2 = 6,7$ kJ/kg > $s_1 = s^{rev}_2 = 6,5$ kJ/kg ===> la compression étant adiabatique, elle est irréversible
La production d'entropie est égale à 0,2 kJ/kg
Sur le diagramme, point 2^{rev} tel que $s_2^{rev} = s_1$, on lit $T_2^{rev} = 460$ K

5°) $\Delta h_{cycle} = 0 = W^u + Q_C + Q_F \Longrightarrow W^u = -Q_C - Q_F$
On appelle s^p la production interne d'entropie :
$\Delta s_{cycle} = 0 = s^p_{1-2} + Q_C/T_C + s^p_{2-3} + s^p_{3-4} + Q_F/T_F + s^p_{4-1} \Longrightarrow 0 = s^p_{cycle} + Q_C/T_C + Q_F/T_F$

6°) $COP = Q_F / W^u$, on trouve en combinant les deux relations précédentes
$COP = 1 / [s^p_{cycle}\ T_C/ Q_C + T_C/ T_F - 1]$

7°) Cycle de Carnot : $s^p_{cycle} = 0$, $COP^{carnot} = 1 / [T_C/ T_F - 1] = 3$, évidement meilleur

8°) Sur le diagramme (p,h) de NH3, placer en premier les points 1 et 2
Le point P3 est sur la courbe de saturation avec P2=P3
Placer P4
Pour placer P5 : utiliser le fait que P5=P4 et P5 sur la courbe saturation (coté liquide)
Pour placer P6 : utiliser le fait que h6=h5 et T6=T3=260 K
Le point P7 est sur la courbe de saturation avec P7=P6
Pour placer P8 : utiliser le fait que h8=h7 et T8=T1=240 K

9°) $P_{froid} = M_{BP}\ (h1-h8) = M_{BP}\ (1550- 325) \Longrightarrow M_{BP} = 0,163$ kg/s
Bilan du mélangeur : $M_{HP}\ h6 + M_{BP}\ h2 = M_{HP}\ h3 + M_{BP}\ h7$
$\Longrightarrow M_{HP} = M_{BP}\ (h2-h7)/(h3-h6) = 0,231$ kg/s

10°) $COP = P_{froid} / [M_{BP}\ (h2-h1) + M_{HP}\ (h4-h3) = 1,98$

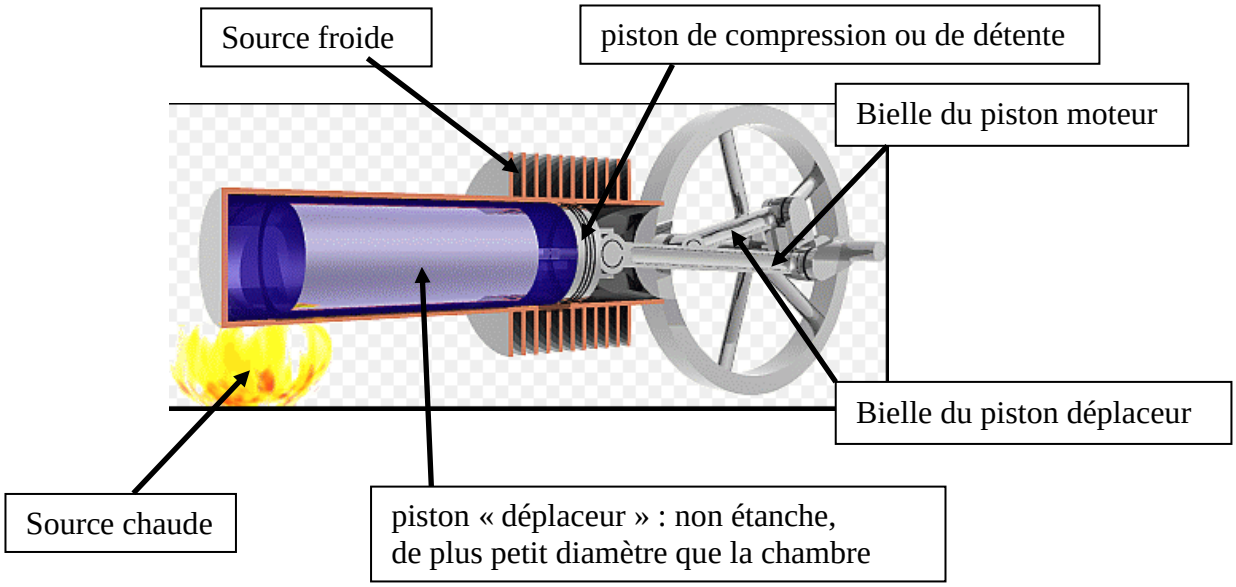
Par rapport au cas précédent, la compression est bi-étagée. Pour la deuxième compression, le volume massique intermédiaire v3 est plus faible car plus froid, donc la compression de 3 à 4 nécessitera moins de puissance.

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE DU CYCLE DE STIRLING

Avec le cycle de Stirling, il est possible de réaliser un moteur à piston fonctionnant en cycle fermé, c'est toujours la même quantité d'air qui effectue les cycles les uns après les autres. Les échanges de chaleurs sont donc externes au moteur.

Questions Préliminaires : La figure ci-dessous donne le schéma d'un moteur de type béta fonctionnant suivant le principe du cycle de Stirling.
(source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur_Stirling)



-1 Les pistons sont de faibles masses et ils stockent peu de chaleur. *Peut-on espérer atteindre le rendement maximal de Carnot ?*
Réponse :

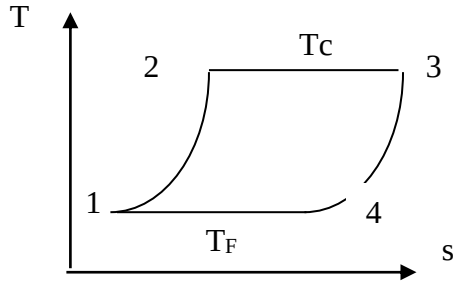
-2 *A quoi sert le piston déplaceur* ?
Réponse :

-3 *Sur quel piston est produit le travail au cours du cycle* ?
Réponse :

-4 Au cours des échanges de chaleur à volume constant, est-ce le piston de déplacement bouge ?
Réponse :

-5 Dans le cas de la figure ci-dessus, le cycle est à une étape ou le piston moteur ne bougera pas beaucoup (bielle position basse), et le piston de déplacement est en train de redescendre (bielle en position intermédiaire). Quelle étape du cycle de Stirling est en train de se réaliser ?
Réponse :

Cycle idéale de Stirling
L'allure du cycle idéal de Stirling dans le diagramme (T,s) est donnée par la figure ci-dessous

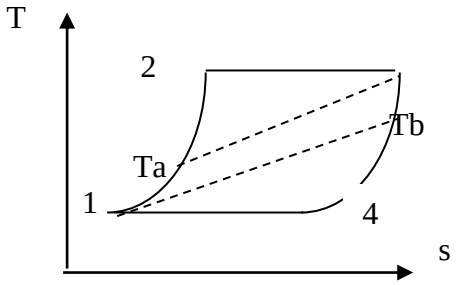


L'air est supposé être un gaz parfait et toutes les transformations sont réversibles.
On considère que cv est constant.

Les données du problème sont: V2, V3, T_F, T_C, r constante massique des gaz parfaits pour l'air, cv capacité calorifique massique à volume constant.

1°) *Décrire toutes les transformations du cycle (6 lignes maximum)*
2°) *Tracer l'allure du cycle dans le diagramme (P,v)*
3°) *Sur le diagramme (T,s) et pour chaque étape, indiquer les chaleurs et les travaux échangés, pour l'unité de masse d'air qui parcourt le cycle.*
4°) *Justifier mathématiquement l'allure T=T(s) des transformations 1-2 et 3-4 dans le diagramme (T,s)*
5°) *Calculer $q_{1\text{-}2}$, chaleur (massique) échangée au cours de l'étape 1-2, et comparer à $q_{3\text{-}4}$.*
Calculer $\Delta s_{1\text{-}2}$, la variation d'entropie (massique) au cours de l'étape 1-2, et comparer à $\Delta s_{3\text{-}4}$.
6°) *calculer le rendement η_S du cycle de Stirling s'il y a régénération interne (c'est-à-dire que $q_{1\text{-}2}$ est apportée par $q_{3\text{-}4}$)*
Rappeler les transformations du cycle de Carnot. Comparer les rendements des deux cycles.
7°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique du rendement η_S du cycle de Stirling avec regénération.
le rapport volumétrique de compression est V3/V2 = 3
Quelle doit être la vitesse de rotation, en tour/mn, pour que le moteur fournisse une puissance de 1 kW/kg-air ?
8°) *calculer le rendement $\eta_{S'}$ du cycle de Stirling sans régénération interne*
9°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique du rendement $\eta_{S'}$ du cycle de Stirling sans regénération.

Cycle réel de Stirling avec régénération
En réalité, le régénérateur interne n'est pas parfait. Lors de la phase de chauffage interne, l'air issu de 1 n'atteint pas la température T_2 mais la température $Ta < T_2$. De même, lors du refroidissement interne, l'air issu de 3 n'atteint pas la température T_4 mais la température $Tb > T_4$, comme cela est représenté sur le schéma ci-dessous.
On définit l'efficacité α du régénérateur interne par $\alpha = q_{1\text{-}a} / q_{1\text{-}2}$, avec $q_{1\text{-}a}$ la chaleur reçu par l'air lors de son passage dans le régénérateur.
10°) *Calculer le rendement réel $\eta_{réel}$ du cycle réel en fonction de η_S (voir question 6), α, cv, r ,et du rapport volumique v3/v2.*



11°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique du rendement $\eta_{réel}$ du cycle réel de Stirling avec régénération.
Avec un rapport volumétrique de V3/V2 = 3 et $\alpha = 0,5$

Cycle idéal de Stirling pour produire du froid.
Il est possible de produire du froid avec un cycle de Stirling.
12°) *Tracer dans le diagramme (T,s) l'allure du cycle idéal de Stirling qui produit du froid*.
Indiquer dans quel sens le cycle est parcouru.
Sur le diagramme (T,s) et pour chaque étape, indiquer les chaleurs et les travaux échangés.
13°) *calculer l'efficacité idéale η_{froid} du cycle froid avec régénération interne.*
14°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique de l'efficacité idéale η_{froid} du cycle de Stirling avec régénération.
le rapport volumétrique est V3/V2 = 3
Quel doit être la vitesse de rotation, en tour/mn, pour que le cycle fournisse une puissance 'froide' de 100 W / kg-air ?

Réponses

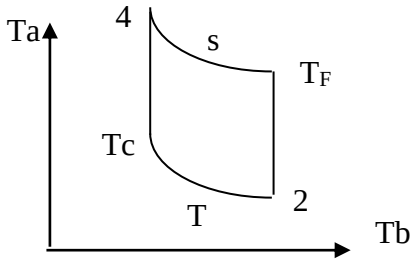
Questions Préliminaires

1- Non car il n'y a pas de régénération interne
2- Il sert à déplacer l'air de la source chaude à la source froide pendant les transformations à volume constant
3- Sur le piston moteur, pendant la compression et la détente
4- Oui
5- L'air est déplacé vers la source chaude, e chauffage est à volume constant

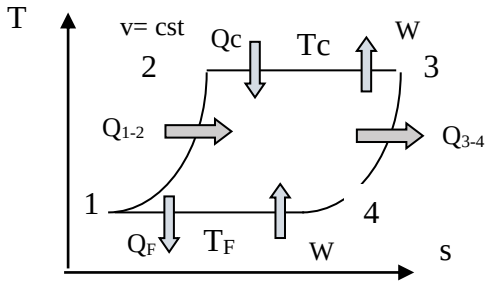
Cycle idéale de Stirling

1°) 1-2 : chauffage isochore
2-3 : chauffage isotherme avec une source chaude, mais avec détente (échange de travail)
3-4 : refroidissement isochore
4-1 : refroidissement isotherme avec une source froide, mais avec compression (échange de travail)

2°)



3°) Pour le système égale à l' unité de masse d'air qui parcourt le cycle, les échanges de chaleur et de travail échangés sont représentés par des flèches, qui rentrent si l'air reçoit de l'énergie, qui sortent si l'air donne de l'énergie.



4°) 1-2 : 1-2 : chauffage isochore
$\delta q = Tds = cv\ dT$, donc $T = cst\ e^{(s/cv)}$, la transformation T=T(s) à l'allure d'une exponetielle

5°) $q_{1-2} = \int cv\ dT = cv\ (T_C - T_F) = -q_{3-4}$
$\Delta s_{1-2} = \int cv\ dT/T = cv\ Ln\ (T_C/T_F) = -\Delta s_{3-4}$

6°) $\eta = -w_{cycle}/q_c$ car q_{1-2} est apportée par q_{3-4}
$\Delta u_{cycle} = 0 = \Sigma_{cycle}\ q + \Sigma_{cycle}\ w$, donc $w_{cycle} = -q_C - q_F$
$\Delta s_{cycle} = 0 = \Sigma_{cycle}\Delta s$, donc $0 = q_C/T_c - q_F/T_F$
On en déduit $\eta = 1 + q_F/q_C = 1 - T_F/T_C$, c'est exactement le rendement du cycle de Carnot, qui comprend 2 isothermes réversibles et deux adiabatiques réversible !

7° $\eta = 0{,}5$
$w_{cycle} = -q_C - q_F$
Chaleur échangée sur une isotherme : $\Delta u_T = 0$ (gaz parfait), donc $q = \int P\ dv$
Pour l'étape 2-3 : $q_C = rT_C\ Ln(V_3/V_2)$
Pour l'étape 4-1 : $q_F = rT_C\ Ln(V_1/V_4)$

$q_C + q_F = r\ Ln(V_3/V_2)\ (T_C - T_F)$ ===> $w_{cycle} = -\ r\ Ln(V_3/V_2)\ (T_C - T_F)$

$P_{mec} = r\ Ln(V_3/V_2)\ (T_C - T_F)\ N(tr/s)$ ===> N = 6,34 tr/s (= 380 tr/mn)

8°) $\eta_{ssReg} = -\ w_{cycle}/\ (q_c + q_{1-2})$

On a toujours $q_{1-2} = -q_{3-4}$, donc $\eta_{ssReg} = (q_c + q_F)/\ (q_c + q_{1-2}) = \eta\ /[1 + q_{1-2}/\ q_c)$

$q_{1-2} = cv\ (T_C - T_F)$ (isochore) et $q_C = rT_C\ Ln(V_3/V_2)$

===> $\eta_{ssReg} = \eta\ /[1 + cv\ \eta/(r\ Ln(V_3/V_2)]$

9°) $\eta_{ssReg} = 0,22$

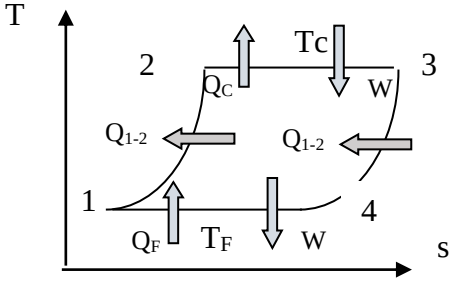
10°) $\eta_{réel} = -\ w_{cycle}/\ (q_c + q_{a2})$, q_{a1} est fourni par régénération interne lors de l'étape 3-4

On a toujours $q_{1-2} = -q_{3-4}$ et $w_{cycle} = -\ q_C - q_F$ ===> $\eta_{réel} = (q_C + q_F)\ /\ (q_c + q_{a2})$

On a $q_{a2} = (1-\alpha)\ q_{1-2}$, on obtient $\eta_{réel} = \eta\ /[1 + (1-\alpha)\ cv\ \eta/(r\ Ln(V_3/V_2)]$

11°) $\eta_{réel} = 0,305$, ce qui reste meilleur que le cas sans régénération.

12°)



Le cycle doit être parcouru en sens inverse du cycle moteur

13°) $\eta_{froid} = -\ q_F/\ w_{cycle}$, q_{3-4} ne peut pas être utilisée car cet échange est impliqué dans la Régénération interne

On a toujours $q_{1-2} = -q_{3-4}$ et $w_{cycle} = -\ q_C - q_F$

On obtient $\eta_{froid} = T_F/\ (T_C - T_F)$

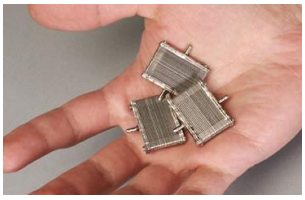
14°) $\eta_{froid} = 1$

$q_F = rT_C\ Ln(V_1/V_4)$, donc $P_{froid} = rT_C\ Ln(V_1/V_4)\ N(tr/s) = 0,182$ tr/s = 10 t/mn

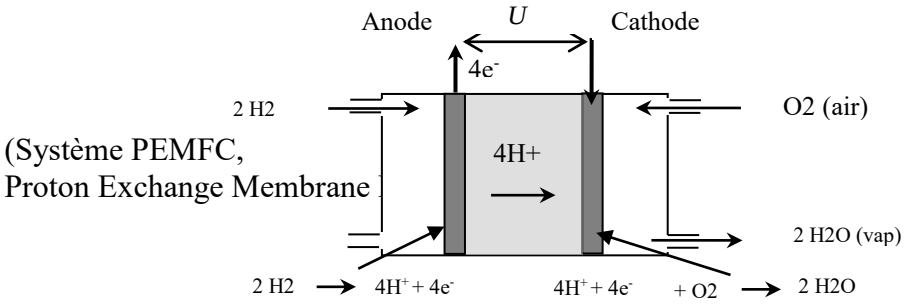
Conclusion : le cycle de Stirling permet de faire des moteurs de faible puissance, pouvant récupérer de façon externe des chaleurs perdues. Il est aussi utilisé pour le refroidissement de petites pièces, comme par exemple les détecteurs des caméras infrarouge.

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude d'une petite pile à combustible



(pour un appareil mobile portable)
La pile à combustible ci-contre fonctionne sur le principe suivant:



Quand la pile fonctionne, elle consomme de l'hydrogène H2, il y a un échange de charge δq dans le circuit extérieur et l'élément fournit un travail utile 'électrique' δWe. Elle échange aussi de la chaleur δQ.
On rappelle que, pour un échange de charge δq, le travail 'électrique' est donné par

$$\delta We = - U \, \delta q,$$

ou U est la tension aux bornes de la pile.
Pour 2 moles de H2 consommées (ou pour une mole de O2 consommée), la charge échangée δq est égale à 4 moles d'électrons (δq= 4 Ne-, ou Ne- est la charge d'une mole d'électrons).

le rendement énergétique est défini par :

$$r = -We/\Delta H_{reac},$$

ou ΔH_{reac} est l'enthalpie de la réaction chimique globale de la pile qui a permis de produire We.

- *pourquoi **r** est-il défini par ce rapport ?(une phrase)*

1°) Puissance apportée P_{reac}

- *Ecrire la réaction globale intervenant dans la pile.*
- *Donner en fonction des données enthalpiques fournies ci-dessous, la valeur de ΔH_{reac}(kJ) à 298K **si 1 moles de H2 est consommée**.*

En réalité, la pile fonctionne en continu, elle produit une puissance électrique **Pe** et la puissance apportée par la réaction est $\mathbf{P_{reac}}$. La pile consomme alors un débit D_{H2}(m3/s) de H2.

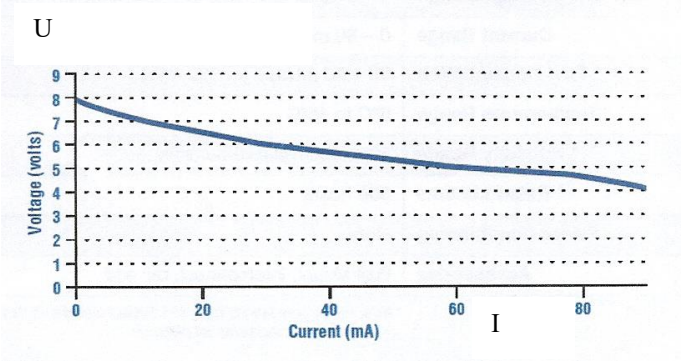
- *Exprimer P_{reac} en fonction de ΔH_{reac}(kJ), D_{H2}, P et T.* On supposera que l'hydrogène est un gaz parfait, R étant la constante des gaz parfaits)

Le rendement de la pile sera calculé ci-dessous après avoir pris connaissance de ses caractéristiques électriques

2°) caractéristiques électriques

La courbe ci-dessous donne la variation de U en fonction du courant I (en mA) délivré par la pile.

En réalité la pile est constituée de la mise en série de 5 éléments identiques délivrant chacun une tension Ue.



- Commenter la courbe ci-dessus (trois phrases maximum)

La puissance délivrée est égale à Pe= U I, ou U est la tension résultante et I le courant circulant dans les 5 éléments.

-Calculer la puissance délivrée pour I= 40 mA.

3°) Calcul du rendement énergétique de la pile

- Quel est le nombre de mole d'électron par seconde $\dot{n}_{e-}$ *qui est échangé pour un courant I ? (*On donne Ne- est la charge d'une mole d'électrons).

- Exprimer $\dot{n}_{H2}$ *le nombre de mole de H2 consommée pour un élément de la pile*

- En déduire le débit total $D_{H2,Tot}$ *nécessaire à la pile, en fonction de I, Ne-, T, P et R, faire l'A.N.*

- En déduire la valeur de P_{reac}.

-En déduire la valeur du rendement énergétique ***r*** *de la pile pour un courant I=40 mA*

Données

Enthalpie des gaz dans la pile : $H_{H2}^0(25°C)= H_{O2}^0(25°C)= 0$ $H_{H2O,v}^0(25°C)= 241,59$ KJ/mole

Constante des gaz parfaits : R= 8,32 (SI), Patm= 1,013 10^5 Pa, Tamb= 298 K

Ne- = 96 484 C/mole

Réponses

r = $-We/\Delta H_{reac}$ = Utile / Dépense : définition générale de l'efficacité d'une machine

1°) la réaction globale intervenant dans la pile.est :

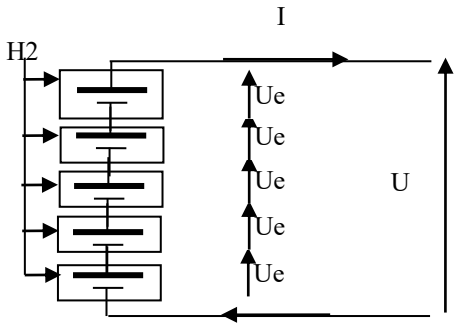
2 H2 + O2----> 2 H2O +4 Ne- + δQ

ΔH_{reac}(kJ) = 2 $H_{H2O,v}$ pour 2 moles de H2 consommées,

Donc ΔH_{reac}(kJ) = $H_{H2O,v}$ pour 1 mole de H2 consommée, ΔH_{reac}(kJ) = $H_{H2O,v}^0(25°C)= 241,59$ KJ

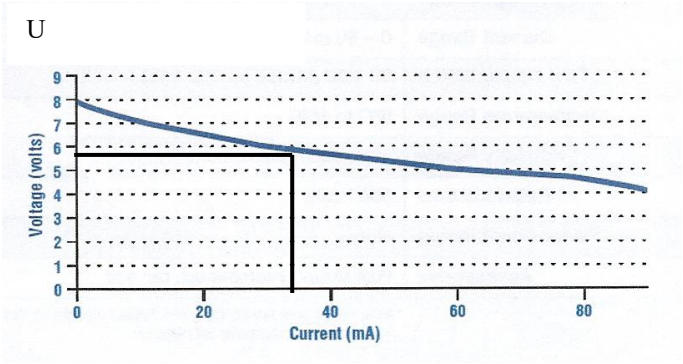
$P_{reac} = \Delta H_{reac}$(kJ) n_{H2} (mole/s) = ΔH_{reac}(kJ) D_{H2} (m3/s) P /RT

2°) La tension résultante est donc U= 5 Ue (voir schéma ci-dessous).



U

5,7 V

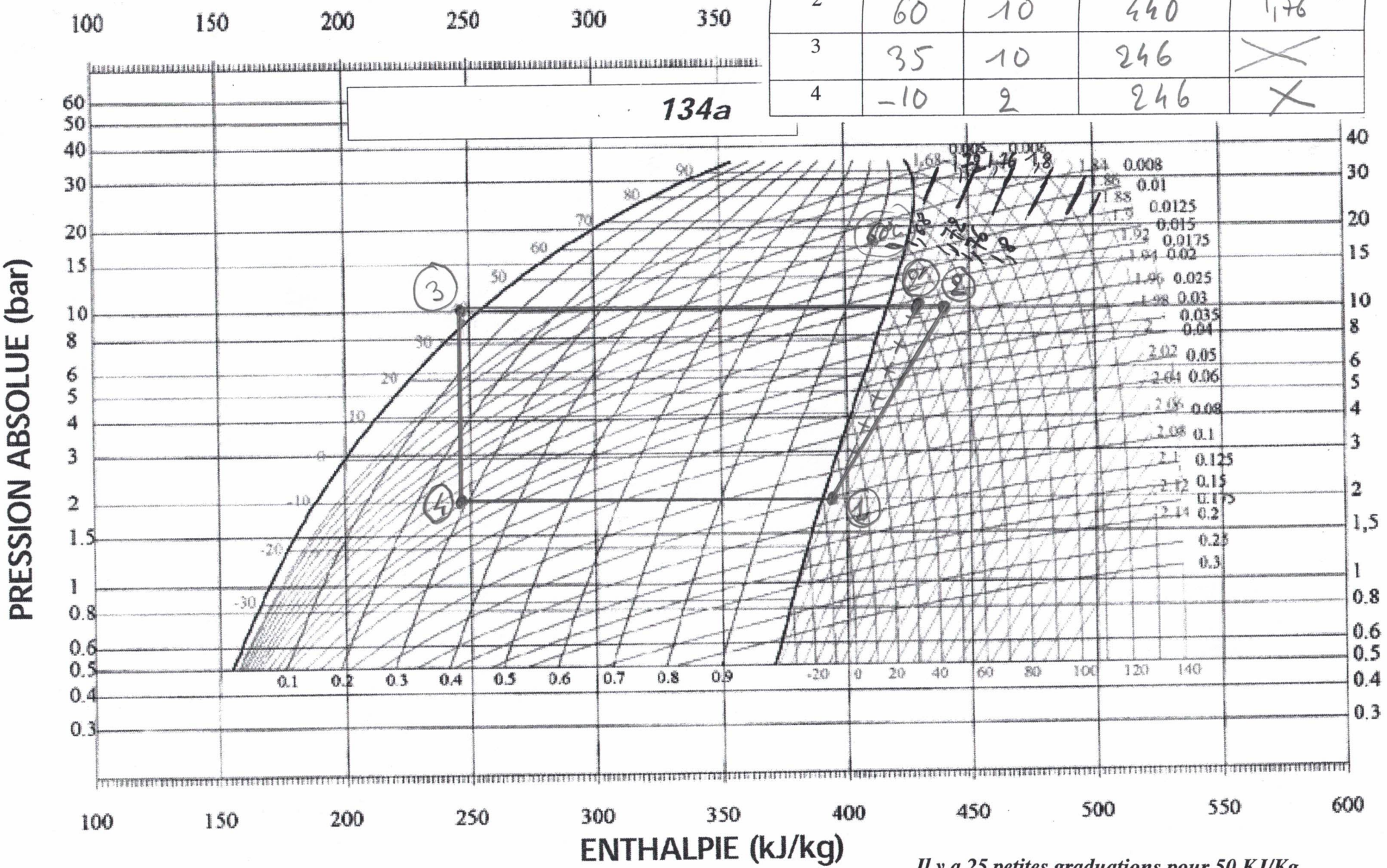


- U décroit avec l'intensité du courant car il existe une résistance interne Ri: U= E –Ri I
avec E la force électromotrice des 5 éléments.
-Pour les courants élevés, la courbe s'infléchit car il apparait des résistances aux transferts des gaz aux électrodes
Pe= U I = **228 mW**

3°) $-n_{e^-} = I / Ne^-$
-Pour 4 moles de e-, 2 moles de H2 sont consommées, donc pour n_{e^-} on consomme) n_{H2} (mole/s)= n_{e^-} /2
- Débit consommé pour un élément: $D_{H2,\ 1\ élém}$= 1/2 (I / Ne-) (RT/P)
Débit total pour 5 éléments : $D_{H2,\ 5\ élém}$ =5/2 (I / Ne-) (RT/P)= **9 cm3/h**
- $P_{reac} = \Delta H_{reac}(kJ)\ n_{H2}$ (mole/s) = $\Delta H_{reac}(kJ)$ 5/2 (I / Ne-)
- $r = -We/\Delta H_{reac}$= UI / P_{reac} = 2/5 U Ne- / ΔH_{reac} = 0,91, ***valeur élevée***

NOM :
Prénom

point	t(°C)	P (bar)	H (J/Kg)	S (KJ/Kg/K)
1	-5	2	392	1,72
2	60	10	440	1,76
3	35	10	246	X
4	-10	2	246	X



Il y a 25 petites graduations pour 50 KJ/Kg

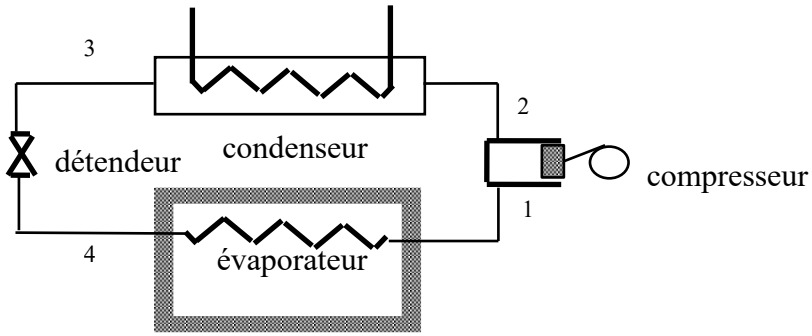
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE D'UNE POMPE A CHALEUR (PAC)

LA PAC puise de la chaleur dans l'air extérieur pour réchauffer l'intérieur d'un bâtiment.

cas de la machine réelle

La figure ci-dessous représente le schéma d'une pompe à chaleur fonctionnant avec un fluide frigorigène, le R-134a dont les propriétés sont fournies dans le diagramme joint.



L'ensemble fonctionne aux deux niveaux de pressions absolues P_{bp}= 2 bars et P_{hp}= 10 bars et il est constitué par:

-Un compresseur. La compression est adiabatique et la température à la fin de la compression est de t = 60°C.

-Un condenseur d'où ressort le fluide à l'état liquide, avec un sous refroidissement de ΔT= 5°C.

- Une vanne de détente où il n'y a pas de pertes de chaleur.

- Un évaporateur**.** Le fluide ressort avec une surchauffe de ΔT= 5°C

Rappel : - les échanges dans le condenseur et l'évaporateur se font à P=constante

- T(K)= t(°C)+273

1°)- Donner l'allure du cycle sur le diagramme (T,s) (dessiner ce diagramme dans la copie)

- Indiquer brièvement comment fonctionne la PAC, en particulier sur quels organes de la PAC sont échangés la chaleur prise à l'air extérieur, la chaleur utile pour le chauffage et le travail W^u qui doit être dépensé.

2°) Placer les points du cycle sur le diagramme (P,h) fourni et remplir le tableau des valeurs associées au cycle.

3°) L'efficacité de l'installation (COP) est définie par

$$C.O.P. = \frac{\text{Puissance de chauffage}}{\text{Puissance utile de compression}}$$

Donner sa valeur numérique.

4°) *justifier que la compression n'est pas isentrope.*

5°) On définit le rendement isentropique r_{is} du compresseur par le rapport du travail 'utile' reçu dans le cas ou la compression est adiabatique réversible à celui qui est reçu dans le cas de la compression adiabatique réelle.

Calculer r_{is} du compresseur

6°) la puissance de chauffage qui est exigée est de 20kw,

Calculer le débit massique dans l'installation.

7°) la PAC doit être utilisée quelque soit la température extérieure Text.

Or la récupération de la chaleur dans l'air extérieur est réalisée sur un organe (voir le I-1°) qui reste à la même température.

-Expliquer brièvement ce qui se passe en terme de chaleur échangée sur cet organe quand la température extérieure décroît,

- que va-t-il alors se passer en terme de chauffage quand la température extérieure décroît ?
-Quelle est la température théorique à partir de laquelle la PAC ne ne permet plus de chauffer le bâtiment.
*(*Pour des raisons technologiques et de givrage, cette température est légèrement supérieure)

comparaison par rapport au cas d'une machine idéale
L'installation est en fait une machine ditherme. Elle échange la chaleur Qc avec le condenseur et la chaleur Qe avec l'évaporateur.
Le fluide frigorigène pourrait effectuer un cycle de Carnot, c'est à dire un cycle constitué de deux adiabatiques réversibles et de deux isothermes réversibles, celles-ci étant définies aux températures T1 et T2 des paliers de changement d'état du cycle précédent (c'est-à-dire les températures sans surchauffe et sans sous refroidissement).
8°) Donner l'allure de ce cycle sur le diagramme (T,s) (dessiner ce diagramme dans la copie)

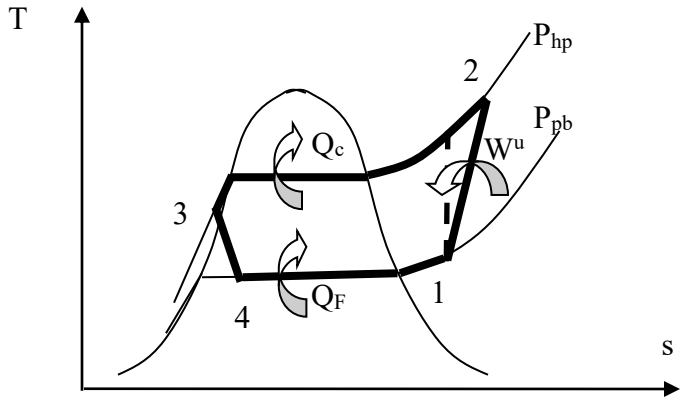
9°) *-Pour un cycle, faire le bilan énergétique de la machine et donner la relation qui existe entre* W^u*, Qe et Qc*
-Pour un cycle, faire le bilan entropique de la machine et donner la relation qui existe entre Qe, Qc, T1, T2
10°) *En déduire la valeur théorique du C.O.P que l'on obtiendrait avec un cycle de Carnot*.
Calculer sa valeur numérique. Comparaison par rapport au résultat du I-3°)

Il y a 25 petites graduations pour 50 KJ/Kg

point	t(°C)	P (bar)	H (J/Kg)	S (KJ/Kg/K)
1				
2				
3				
4				

Réponses

1°) Ce cycle comporte une surchauffe à la sortie de l'évaporateur et un sous-refroiddissement à la sortie du condenseur. La compression n'est pas annoncée comme isentrope.



Soit le système défini par l'unité de masse qui circule dans le circuit.

La convention des flèches d'échange sur les différentes parties du cycle est la suivante :

- flèche pointant vers l'intérieur du cycle, énergie (ou puissance) reçue par l'unité de masse
- flèche pointant vers l'extérieur du cycle, énergie (ou puissance) donnée par l'unité de masse

2°) Voir diagramme (P,h) fourni

3°) COP= (h2-h3)/h2-h1)= 4,042

4°) s2-s1= s^P = 0,04 kJ/kg/K >0

5°) r_{is}= W^u_{is} / $W^u_{réel}$, comme il n'y a pas d'échange de chaleur de 1à 2 W^u=Δh

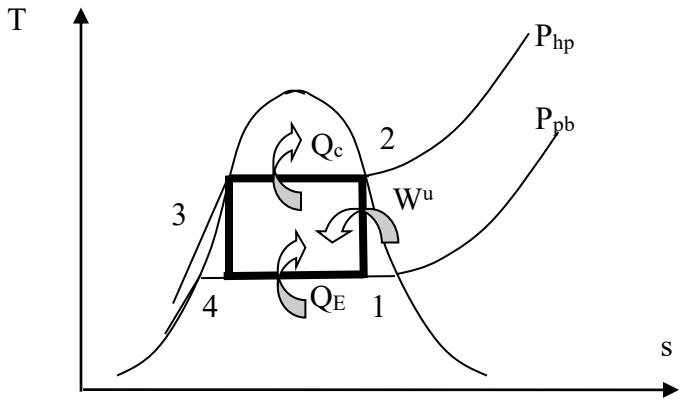
===> r_{is}= (h^{is}2-h1)/(h2-h1) = 0,792 avec h^{is}2 = 430 kJ/kg

6°) Pchauf= m (h2-h3) ===> m= 0,103 kg/s

7°) Dans la phase d'évaporation de 4 à 1, la chaleur échangée Q_F avec l'extérieure est proportionnelle à (Tev-Tex), avec Tev= -10°C. Si Text diminue, Q_F récupérée par le fluide frigorigène diminue aussi. D'ailleurs, il peut apparaitre le phénomène de givrage de l'humidité de l'air extérieur sur les ailettes de l'évaporateur, ce qui diminue encore pus le transfert de chaleur, donc la valeur de Q_F.

Si Tex=-10°C, la PAC ne permet plus de chauffer le bâtiment.

8°)



9°) Pour un cycle du système défini par 1kg de fluide frigorigène, on a Δh_{cycle}=0 et Δs_{cycle}=0.

Ce qui donne les deux relations ; W^u= -Qc - Q_E et $Qc/T_C + Q_E/T_E = 0$

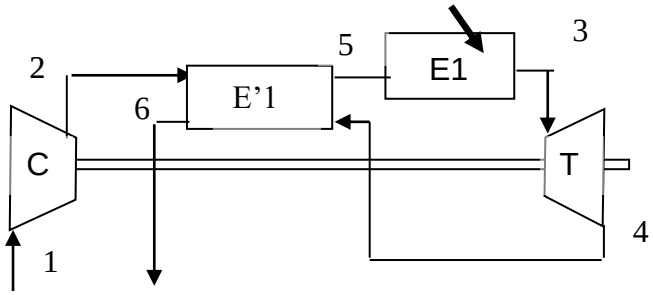
10°) $COP_{théo}$= -Qc /W^u= T_C / (T_C-T_E)= 6,26

En regardant le diagramme (T,s), on s'aperçoit que c'est surtout la compression qui fait chuter le COP.

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude d'une turbine à gaz avec régénération

Le schéma ci-dessous donne les éléments d'une turbine à gaz (TAG) utilisée pour produire du travail (recueilli sur l'axe de la turbine). On suppose que la compression et la détente sont adiabatiques et réversibles. Les échanges de chaleurs se font à pression constante.
le gaz est de l'air que l'on assimile à un gaz parfait dont la capacité calorifique massique c_p et $\gamma=c_p/c_v$ sont constants .
La température à la sortie de la turbine est élevée. On veut utiliser ce gaz chaud émis à la sortie de la turbine pour préchauffer le gaz en sortie du compresseur, grâce à l'échangeur interne E'1.



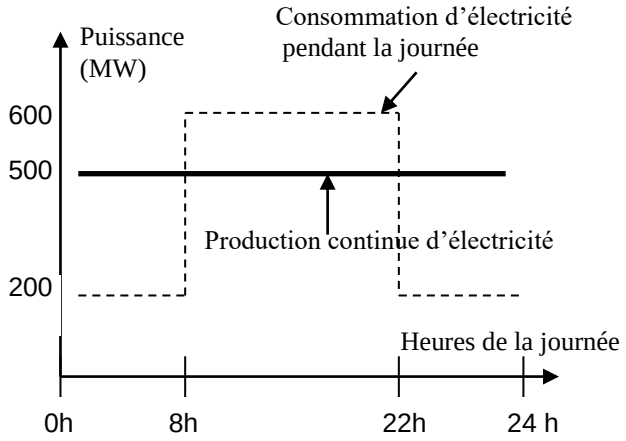
C compresseur
T Turbine
E1 chambre de combustion
E'1 Echangeur
P1=P6=1 atm

Le rapport de compression est défini par r= P2/P1= P3/P4=8
On donne T1=300K et T3=1150K, $\gamma=c_p/c_v$ =1,4

1°-a) Le préchauffage suppose que T4>T2.
Est ce toujours vrai, c'est à dire existe-t-il un rapport limite de compression r_{lim} au delà duquel T4 est inférieure à T2 ?
Donner sa valeur numérique ainsi que la température T2
1°-b) On suppose que le préchauffage est possible, r=8
L'échangeur E'1 est parfait, T5=T4 et T6=T2.
Donner l'allure du cycle sur un diagramme (T,s).
Donner la valeur du rendement $\eta_{théo}$ en fonction de T1, T3, r et γ.
Faire l'application numérique

STOCKAGE DE L'ENERGIE SOUS FORME D'AIR COMPRIMEE

On reprend l'installation ci-dessus avec un échangeur interne parfait (cas du 1°). Elle est utilisée pour produire de l'électricité. Or la demande en électricité n'est pas constante pendant la journée et elle est schématisée par le graphe suivant.



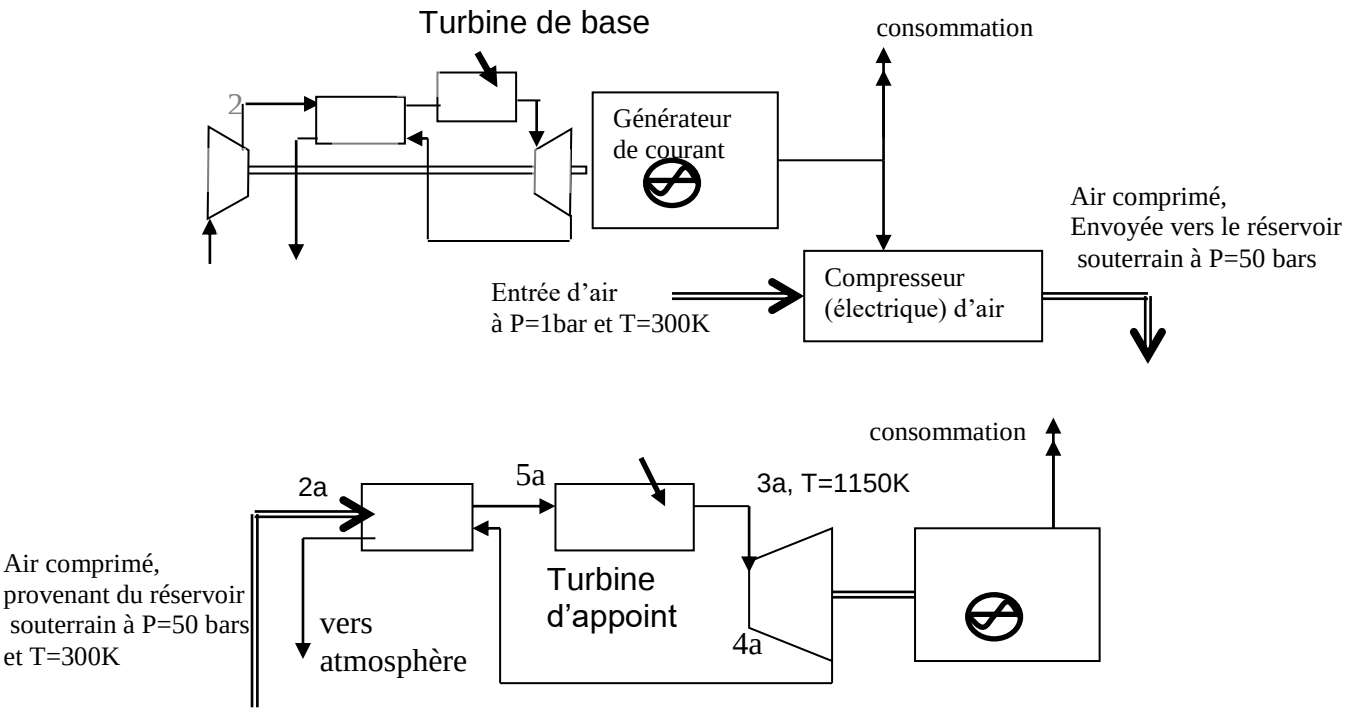
L'installation de base a une production continue d'électricité. Pour les heures de fortes consommations, on peut mettre en route une installation supplémentaire.
Mais on peut aussi imaginer de stocker l'énergie produite en trop pendant les heures creuses et de la restituer pendant les heures de pleine consommation.

Une solution consiste à comprimer de l'air dans un grand réservoir souterrain pendant les heures creuses et ensuite de restituer cet air pendant les heures de pointe.

La production d'électricité par l'installation de base sert donc

- à la consommation pendant les heures de pointe,
- à la consommation et à la compression de l'air pendant les heures creuses

Pendant les heures de pointe, l'appoint d'électricité est fournie par une installation supplémentaire, que nous appellerons 'turbine d'appoint'.



Les générateurs de courant sont parfaits, toutes les puissances mécaniques délivrées par les turbines sont transformées en puissance électrique.

Rappel : 1 bar=10^5 Pa,

Dans le système SI : cp=1004 , R=8,32 (cst des gaz parfaits) et Mair=0,029 (masse molaire).

2°-a) A partir des valeurs de puissance reportées sur la figure de consommation/production d'électricité, *montrer que la solution de stockage de l'énergie pendant les heures creuses peut être théoriquement envisagée.*

2°-b) *Calculer le débit massique d'air m_{app} dans la turbine d'appoint et m_{base} dans la turbine de base pour que, pendant les heures de pleine consommation, la production d'électricité soit suffisante.* On rappelle que les détentes dans les turbines sont isentropes.

2°-c) Calcul de l'énergie et du temps nécessaire à la compression de l'air stocké.

Quelle est la masse totale d'air comprimée utilisée par la turbine d'appoint.

Quelle est l'énergie électrique utilisée par le compresseur pour comprimer cette masse totale, sachant que le compresseur est adiabatique avec une efficacité égale à 0,8 ?

En déduire le temps de fonctionnement, pendant les heures creuses, de la turbine de base pour comprimer cet air.

2°-d) *Calculer l'énergie dépensée pendant les heures creuses dans la chambre de combustion E1 de la turbine de base pour comprimer l'air* (qui sera utilisé ensuite pendant les heures pleines).

Rappel : les caractéristiques de la turbine de base ont été données ou calculées au 1°)

2°-e) *Définir le rendement énergétique global de l'installation de production d'électricité pour l'ensemble de la journée (heures pleines et heures creuses).*

En vous aidant des réponses aux questions 4°-b-c-d, *donner sa valeur numérique.*

2°-f) *Comparer cette valeur à celle obtenue si la production d'électricité est faite par les deux turbines basse pression*, c'est à dire que l'on ne réalise pas le stockage d'air comprimé et que la turbine d'appoint est alimentée avec de l'air à la pression atmosphérique.

Conclusion : quel argument ferait qu'il soit intéressant de stocker de l'air pendant les heures creuses ?

Réponses

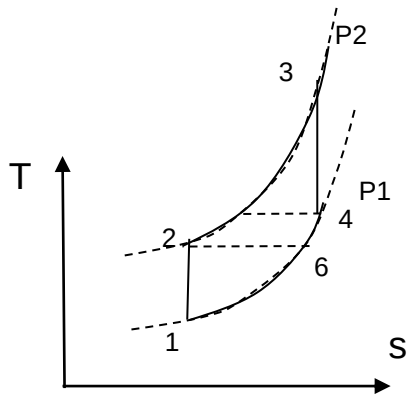
1°-a) Pour une transformation adiabatique réversible $P^{1-\gamma}T^{\gamma}$ = cst

===> $T2/T1= r^{(\gamma-1)/\gamma}$ et $T3/T4= r^{(\gamma-1)/\gamma}$

Si on veut faire de la régénération, il faut T2<T4

====> $r < (T3/T1)^{(\gamma-1)/2\gamma}$ = 10,5, T2= 588,5 K

1°-b)



W_{net}= - [(h3-h4) –(h2-h1)], Q_1= h3-h5 et h5=h4

$\eta_{théo}$= 1-(T2-T1)/(T3-T4)

$\eta_{théo}$= 1-T1/T3 $r^{(\gamma-1)/\gamma}$ =0,527

2°-a) Energie produite pendant 24h : 500x24 = 12 000 MWh

Energie consommée pendant 24h : 200x10 + 600x14 = 10 400 MWh, < Energie produite

On peut envisager de stocker de l'énergie

2°-b) 100 MW= m_{app} c_p (T3a-T4a), T4a= T3a $50^{(1-\gamma)/\gamma}$ ===> m_{app} = 128 kg/s

500 MW= m_{base} c_p (T3-T5) $\eta_{théo}$, T5= T4, T4= T3 $50^{(1-\gamma)/\gamma}$ ===> m_{app} = 1834 kg/s

2°-c) La turbine d'appoint fonctionne pendant 14h, soit une masse totale utilisée de 6,45 10^6 kg

L'efficacité du compresseur est définie par $\varepsilon= W^{comp}_{isen}/W^{comp}$, ε=0,8

$W^{comp}= W^{comp}_{isen}/0,8 = m_{comp}\ c_p\ (T_{f,isen}-T1)/0,8$, avec $T_{f,isen}=T1\ 50^{(\gamma-1)/\gamma}$ =917,4 K

Energie totale utilisée par le compresseur pendant 14h = 4,998 10^{12} J

Temps de fonctionnement, pendant les heures creuses, pour la compression d'air de stockage = 4,998 10^{12} J/ 300 MW= 4,62 heures.

2°-d) $Qc^{comp}= W^{comp} / \eta_{théo}$ =9,484 10^{12} J

2°-e) rendement global sur une journée :

η_{24h}= [Energie électriques fournies]/[Energies consommées par la chambre de combustion]

Energie électriques fournies= 200 MW *10h + 600 MW * 14h

Energies consommées = m_{base} 200/500 c_p (T3-T5)(10-4,62) pour l'électricité heures creuses

+ m_{base} c_p (T3-T5)(4,62) pour la compression de l'air

+ m_{base} c_p (T3-T5)(14) pour l'électricité heures pleines

+ m_{app} c_p (T3a-T5a)(14) pour l'électricité heures pleines

(rappel m_{base} est ce qui permet de fournir 500 MW électrique)

On a m_{base} c_p (T3-T5)= 500 MW/$\eta_{théo}$ et m_{app} c_p (T3a-T5a)= 100 MW

Energies consommées= (2/5 5,38 + 4,62)/ $\eta_{théo}$ + 14*500 MW/ $\eta_{théo}$ + 14 * 100 MW

===> η_{24h} = 0,493

2°-f) le rendement sans compression d'air est : 10 400 MWh/ [200 MW/$\eta_{théo}$ *10 + 500 MW/$\eta_{théo}$ *14] = 0,527

Cette valeur est meilleur que avec le circuit de stockage d'air car le compression a un rendement inférieur à un.

Par contre, avec un stockage d'air, on utilise une puissance de base plus faible.

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Cycles Réels d'une Turbine à Gaz

Préliminaires

Au cours d'une transformation réversible, un kilogramme de gaz échange la quantité de chaleur

$$\delta Q = c_p\, dT + k\, dP$$

Avec T la température, v le volume d'une mole et P la pression.

-Donner, pour cette transformation, la variation dh de l'enthalpie et ds de l'entropie en fonction de dT, dP. et des coefficients calorimétriques

- Montrer que k est fonction de T et de la dérivée de v en fonction de T.

-En déduire la valeur de k pour un gaz parfait?

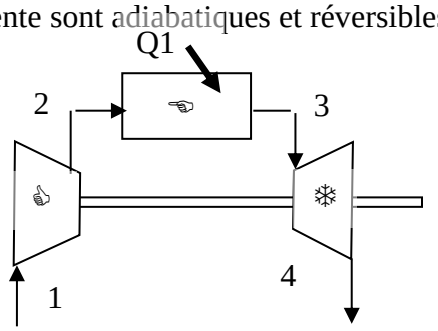
- Rappeler le 1er principe pour un système ouvert et stationnaire qui produit un travail sur un arbre

- En déduire l'expression de travail utile δW^u échangé pour une transformation infinitésimale dp

LE CYCLE IDEAL DE BRAYTON

le gaz est de l'air que l'on assimile à *un gaz parfait* dont la capacité calorifique c_p est constante.

Le schéma ci-dessous donne les éléments d'une turbine utilisée pour produire du travail. La compression et la détente sont adiabatiques et réversibles. Les échanges de chaleur se font à pression constante.



C compresseur
T Turbine
E1 Echangeur
P1=P4=1 atm

1°-a) *donner, pour l'unité de masse, l'allure d'un cycle sur le diagramme (P,v) et (T,s).*

1°-b) *Montrer que le rendement théorique $\eta_{théo} = -W_{net} / Q_1$ de cette installation est donné par*

$$\eta_{théo} = (1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2})$$

En déduire l'expression littérale de $\eta_{théo}$ en fonction de rp (le rapport des pressions r=P2/P1) et de $\gamma = c_p/c_v$

Rappel : W_{net} est le travail récupéré sur l'arbre de la turbine

A.N. : calculer $\eta_{théo}$ pour γ=1,4, r=8

LE CYCLE AVEC UN COMPRESSEUR ET UNE TURBINE REELS

le gaz est de l'air que l'on assimile à *un gaz parfait* dont la capacité calorifique c_p est constante.

A cause des irréversibilités qui se produisent dans le compresseur et la turbine, le cycle réel est différent du cycle idéal de Brayton.

On définit les efficacités adiabatiques de la turbine et du compresseur par

$$\eta_c = \frac{W_{s,c}}{W_{a,c}} \text{ et } \eta_T = \frac{W_{a,T}}{W_s, T},$$

où Ws est le travail échangé dans le cas d'une transformation adiabatique et réversible et Wa le travail échangé dans la transformation adiabatique réelle.

2°-a) *donner l'allure du cycle réel*, représenté par les points 1, 2', 3, 4', sur le diagramme (T,s)

2°-b) *Calculer les températures des points 2' et 4' sachant que* η_c*=0,8 et* η_T*=0,85.*

Faire les applications numériques avec rp=8, T1=300K, T3=1150K, γ=1,4.

2°-c) *Calculer le rendement* $\eta_{réel} = -W_{net}/Q1$ *de cette installation*.

Faire les applications numériques avec rp=8, T1=300K, T3=1150K, γ=1,4.

Enthalpie de l'air considéré comme un gaz réel.

On cherche à savoir si l'approximation 'gaz parfait' est justifiée avec les conditions de fonctionnement de la turbine à gaz.

3°-a) *Montrer que l'enthalpie massique du gaz réel est donnée par*

$$h(T,P) = h_{gp}(T) + \int_0^P (v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p) dP ;$$ ou h_{gp} est l'enthalpie du gaz parfait à T

3°-b) Le gaz vérifie l'équation d'état suivante

L'équation d'état du gaz est

$$Pv = RT + B P.$$; le paramètre B est constant

Calculer l'enthalpie du gaz réel en fonction de l'enthalpie du gaz parfait (pris dans les mêmes conditions de T et P) et de la pression P

3°-c) 1 kg d'air se détend dans la turbine et sa pression passe de P_3 à P_1

A la pression P_1, le gaz est supposé parfait.

Calculer la valeur numérique de la correction $\Delta h_{réel} - \Delta h_{gp}$

Donner la valeur du rapport $\Delta h_{réel} / \Delta h_{gp}$ *. Conclusion ?*

Pour les applications numériques, on donne

r=P3/P1= 8, P1= 1. 10^5 Pa ; T1=300K, T3=1150K, B= 0,103 10^{-2} (SI), c_p=1004 (SI)

Etude de la détente polytropique de l'air considéré comme un gaz parfait

On définit r_{gp} la constante massique des gaz parfait pour l'air.

1 kg d'air se détend dans la turbine et sa pression passe de P_3 à P_1

La détente est réversible mais polytropique. Cela veut dire que des échanges de chaleurs se produisent au cours de la détente. L'analyse des transformations réelles subies par le gaz montre qu'elles peuvent être représentées dans le diagramme (v, P) par une nouvelle loi de détente de la forme

$$Pv^n = cst,$$

ou n est le coefficient polytropique (déterminé par l'expérience).

4°-a) *Exprimer le travail utile* w^u *échangé au cours de la transformation* en fonction de n, T3, T4 et r_{gp}

- *Faire l'application numérique* avec n=1,45 , Ti=1150K, r=8,32/0,029 (SI) et P3/P4=8..

- *Comparer au cas ou la détente est isentrope*, avec γ=1.4

4°-b) Montrer que la chaleur échangée s'écrit $q^{poly} = c_n (T_2 - T_1)$, ou c_n est le coefficient calorimétrique de la transformation polytropique. *Exprimer* c_n *en fonction de n,* c_p *et r.*

Réponses

Préliminaires

dh= δQ+δW+dPv=cp dT+ (k+v)dP

ds= cp dT/T+ kdP/T

Rappel, on considère pour h que T et P sont les deux variables indépendantes pour décrire le système

dh est une différentielle totale exacte : $\partial(k+v)/\partial T = \partial cp/\partial P$

ds est une différentielle totale exacte : $\partial(cp/T)/\partial P = \partial (k/T)/\partial T$

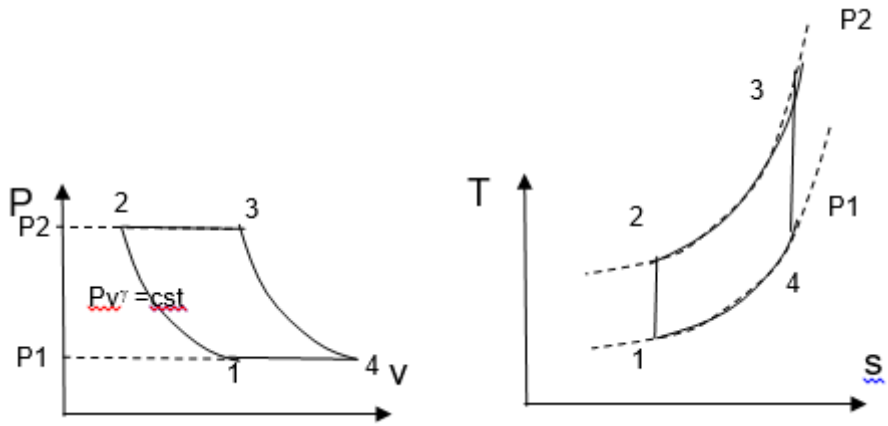
===> k= - T $\partial v/\partial T$

Application au cas du gaz parfait : v=rT/P ===> k=-v

1er principe pour un système ouvert et stationnaire : dh= δQ+δW^u, avec δW^u le travail recueilli sur l'arbre de la machine

δW^u= vdP

1°-a)

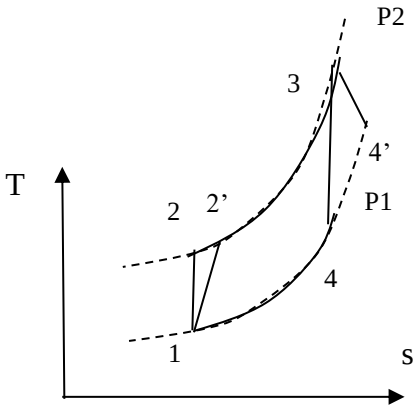


1°-b) W_{net}= - [(h3-h4) –(h2-h1)], Q_1= h3-h2

Pour un gaz parfait h=cp T +cst : $\eta_{théo}$= 1-(T4-T1)/(T3-T2).

Pour une transformation adiabatique réversible $P^{1-\gamma}T^{\gamma}$ = cst ===> $\eta_{théo}$= 1-$r^{(1-\gamma)/\gamma}$ =0,448

2°-a)



2°-b) Avec les hypothèses de l'énoncé : η_c= (T2-T1)/(T2'-T1) et η_T= (T4'-T3)/(T4-T3)

===> T2'= T1 [1+ ($r^{(\gamma-1)/\gamma}$ –1)/ η_c]= 604,3 K et T4'= T3 [1+ ($r^{(1-\gamma))/\gamma}$ –1) η_T]= 712,1 K

2°-c) $\eta_{réel}$= 1-(T4'-T1)/(T3-T2')= 24,5%

3°-a) D'après l'étude préliminaire : dh=cp dT+ (k+v)dP ===> dh= dh_{gp} + (v-T $\partial v/\partial T$)dP

En intégrant de 0 à P, on obtient la relation

3°-b) En utilisant l'équation d'état dans le calcul du coefficient k , on obtient v-T $\partial v/\partial T$=B

h(T,P)= h_{gp}(T) + B P

3°-c) $\Delta h_{réel}$ = h($T_{f,}$,P_f) - h(T_i,Pi) = h_{gp}(T_4) - h(T_3,P_3)

$\Delta h_{réel}$ = h_{gp}(T_4) – (h_{gp}(T_3)+ B P_3)= Δh_{gp} – B P_3 ===> la correction vaut B P_3= 0,824 10^3 (SI)

Δh_{gp}= cp (T4-T3) et T4=T3 $r^{(1-\gamma)/\gamma}$ ===> $\Delta h_{réel}$ / Δh_{gp} = 1 – B P3 / Δh_{gp} = 1- 1,5 10^{-3}

Correction négligeable, pour une détente d'une dizaine de bars,
l'air se comporte comme un gaz parfait

4°-a) D'après l'étude préliminaire : $\delta W^u = vdP$

Et on a $Pv^n = cst$ ===> en intégrant de 3 à 4, on obtient : $W^u_{poly} = n/(n-1)\ r_{gp}\ (T4-T3)$

$T4 = T4 = T3\ 8^{(1-\gamma)/\gamma} = 603$ K ===> $W^u_{poly} = -505{,}6$ kJ

Cas de la détente isentrope dans la turbine $W^u_{iso} = r_{gp}\ (634{,}8-1150) = 517{,}3$ kJ

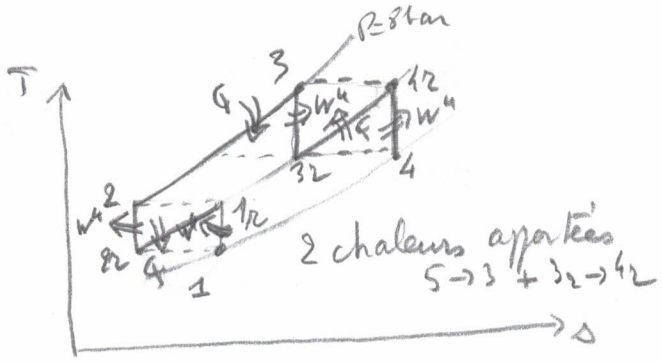
4°-b) On écrit $Q_{poly} = c_n\ (T4-T3)$

On. $\Delta h = c_p\ (T4-T3)$, donc $Q_{poly} = \Delta h - W^u_{poly} = [c_p - n/(n-1)\ r_{gp}]\ (T4-T3)$

$c_n = c_p - n/(n-1)\ r_{gp}$

Pour un gaz parfait : $cp-cv = r_{gp}$, donc $r_{gp} = cp\ \gamma\ /(\gamma-1)$ ===> $c_n = c_p\ (n-\gamma)/[(n-1)\gamma]$

Rq : avec $n=1{,}45$, $Q_{poly} < 0$ au cours de la détente



Scan

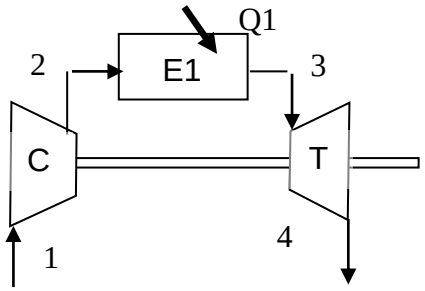
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Cycles Turbine Gaz

le gaz est de l'air que l'on assimile à un gaz parfait dont la capacité calorifique c_p est constante.

LE CYCLE IDEAL DE BRAYTON

Le schéma ci-dessous donne les éléments d'une turbine utilisée pour produire du travail. La compression et la détente sont adiabatiques et réversibles. Les échanges de chaleurs se font à pression constante.



C compresseur
T Turbine
E1 Echangeur
P1=P4=1 atm
T3= 1150K et T1=300K

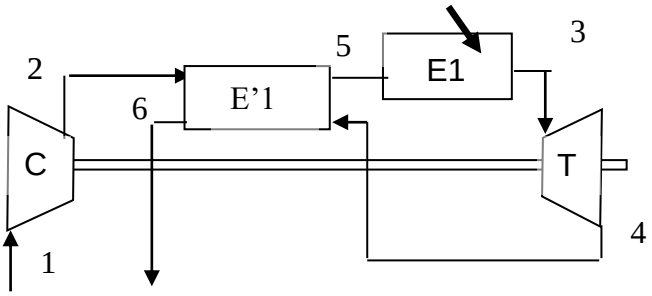
1°-a) *donner, pour l'unité de masse, l'allure d'un cycle sur le diagramme (P,v) et (T,s).*

1°-b) *Calculer le rendement théorique* $\eta_{théo} = -W_{net} / Q_1$ de cette installation en fonction de r, le rapport des pressions P2/P1, et de $\gamma = c_p/c_v$. (W_{net} est le travail récupéré sur l'arbre de la turbine)

A.N. *: calculer* $\eta_{théo}$ *pour* γ*=1,4, r=8*

LE CYCLE AVEC REGENERATION

La température à la sortie de la turbine est élevée et supérieure à la température de sortie du compresseur. On utilise donc le gaz chaud à la sortie de la turbine pour préchauffer le gaz en sortie du compresseur.



2°-a) On suppose que cette installation a les caractéristiques idéales de la turbine étudiée au 1°). L'échangeur E'1 est parfait, T5=T4 et T6=T2.

Donner l'allure du cycle sur un diagramme (T,s).

Donner la nouvelle valeur du rendement $\eta_{théo}$ en fonction de T1, T3, r et γ.

Faire l'application numérique avec les données du 1°)

2°-b) L'échangeur E'1 n'est pas parfait. Son efficacité est donnée par

$$\varepsilon = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2},$$

et elle est égale à 0,8. *Calculer la valeur numérique du rendement* $\eta_{réel}$ *de l'installation.*

LE CYCLE AVEC COMPRESSION BI-ETAGEE AVEC REFROIDISSEMENT ET UNE DETENTE A DEUX ETAGES AVEC RECHAUFFE DES GAZ

On utilise une compression à deux étages avec un refroidissement ainsi qu'une détente à deux étages avec une réchauffe:

Pour la compression :

- les deux compresseurs sont identiques et ils ont même taux de compression,
- le taux de compression total est de P2/P1=8
- les deux compressions sont isentropiques
- la température des gaz après refroidissement T2r est égale à la température des gaz en entrée du premier compresseur T1 et il n'y a pas de pertes de charge dans l'échangeur

Pour la détente :

- les deux turbines sont identiques et ont même rapport de pression à la détente,
- Les deux détentes sont isentropiques
- la température des gaz après la réchauffe T4r est égale à la température des gaz en entrée de la première turbine T3 et il n'y a pas de pertes de charge dans l'échangeur

Pour l'échange interne : l'échangeur E'1 est parfait.

3°-a) *Calculer les valeurs numériques des pressions intermédiaires P1r et P3r montrer que T1r=T2 et T3r=T4.*

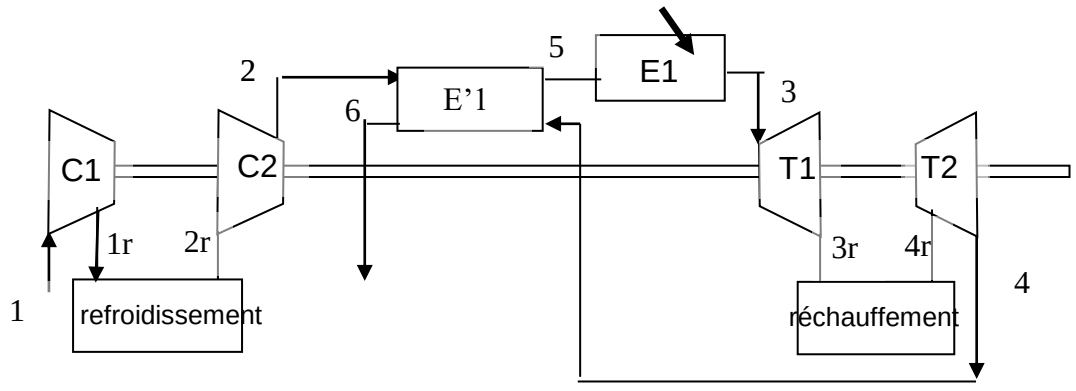
A. N. :*Calculer les valeurs de T2 et T4*, avec T1=300K, T3=1150K et γ=1,4.

donner, pour l'unité de masse, l'allure d'un cycle sur le diagramme (T,s).

indiquer sur ce diagramme les sens des échanges avec l'extérieure (chaleur et travail utile).

3°-b) *Calculer la valeur théorique du rendement global de l'installation* en fonction de r=P2/P1, T1, T3 et γ.

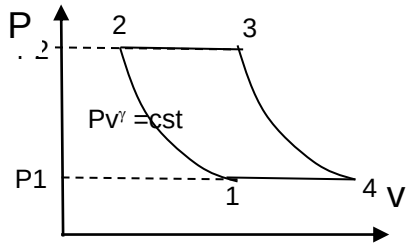
faire l'application numérique

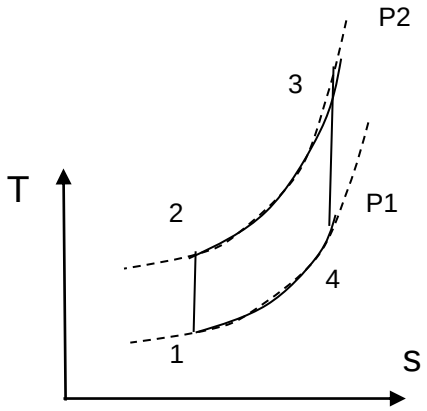


T1= 300K P1=P6=1 atm

Réponses

1°-a)



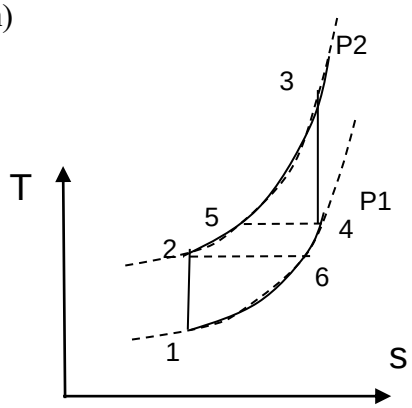


1°-b) W_{net}= - [(h3-h4) –(h2-h1)], Q_1= h3-h2

Pour un gaz parfait h=cp T +cst : $\eta_{théo}$= 1-(T4-T1)/(T3-T2).

Pour une transformation adiabatique réversible $P^{1-\gamma}T^{\gamma}$ = cst ===> $\eta_{théo}$= 1-$r^{(1-\gamma)/\gamma}$ =0,448

2°–a)



W_{net}= - [(h3-h4) –(h2-h1)], Q_1= h3-h5 et h5=h4

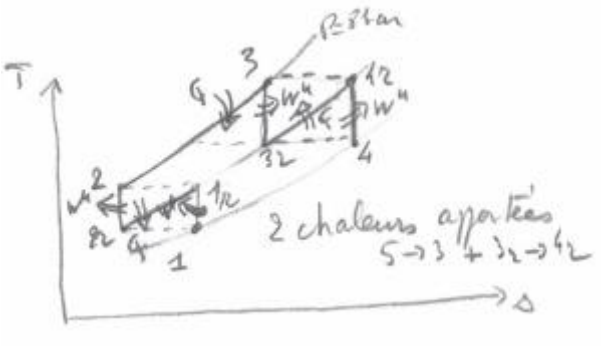
$\eta_{théo}$= 1-(T2-T1)/(T3-T4)

$\eta_{théo}$= 1-T1/T3 $r^{(\gamma-1)/\gamma}$ =0,527

2°–b) T5 n'est plus égale à T4, T5=ε(T4-T2)+T2=616,5K

$\eta_{réel}$= 0,509

3°-a)



P2r/P1=$(P2/P1)^{1/2}$, P3r/P4=$(P3/P4)^{1/2}$

T1r/T1=$(P2/P1)^{(\gamma-1)/\gamma}$,T2/T2r=$(P2/P1)^{(\gamma-1)/\gamma}$,T1r/T1=T2/T2r

or T2r=T1 ===> T1r =T2

même raisonnement pour les détentes : T3r =T4

T1r= 403,8 K et T3r= 854,4 K

3°-b) $\eta_{bi\text{-}étagé}$= 1-T1/T3 $r^{(\gamma-1)/2\gamma}$ =0,649

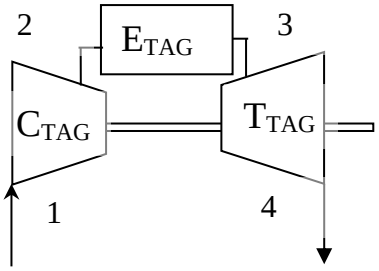
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude d'une turbine à gaz

Le gaz est de l'air que l'on assimile à un gaz parfait dont la capacité calorifique Cp est constante et égale à 1 kJ/kg

1°) Le cycle idéal de Brayton

Le schéma ci-dessous donne les éléments de la turbine à gaz (TAG) utilisée pour produire du travail. La compression et la détente sont adiabatiques et réversibles.



C: compresseur
T: turbine
E: échangeur à pression constante
$P_1 = P_4 = 1$ atm et $T_1 = 300$K
$T_3 = 1150$ K

Calculer le rendement théorique $n_{théo} = -W_{net}/Q_{recue}$ *en fonction du rapport des pressions r=P2/P1 et de* $\gamma = c_p/c_v$ *de l'air* (W_{net} est le travail utile recueilli sur l'arbre de la turbine)

A.N.: *Calculer* $n_{théo}$ *pour* r=*8 et* γ *=1.4.*

2°) Le cycle réel de la turbine à gaz.

Le rapport des pressions r=P2/P1=P3/P4 reste le même que précédement.

On définit les efficacités adiabatiques de la turbine et du compresseur par

$$N_C = W_c^{isen}/W_a \text{ et } N_T = W_a/W_T^{isen}$$

ou W_c^{isen} et W_T^{isen} W_a représentent les travaux utiles échangés si les transformations sont adiabatiques et reversibles et W_a le travail utile réellement échangé au cours de la compression et de la détente.

$N_C = 0.8$ et $N_T = 0.85$

Calculer la température du point 2 en fonction de T1, r, γ *et Nc.*

Calculer la température du point 4 en fonction de T3, r, γ *et NT.*

Faire les applications numériques avec les données du 1°)

Calculer le rendement de l'installation.

Réponses

1°) $r_{theo} = 1 + (h1-h4)/(h3-h2) = 1 - r^{(1-\gamma)/\gamma}$

$r_{theo} = 44{,}8$ %

2°) $Nc = (h_2^{isen}-h1)/(h2-h1)$, $T_2^{isen}/T1 = (P_2/P1)^{(\gamma-1)/\gamma}$

T2= 604,3 K

$N_T = (h_3-h4)/(h3-h_4^{isen})$, $T_4^{isen}/T3 = r^{(1-\gamma)/\gamma}$

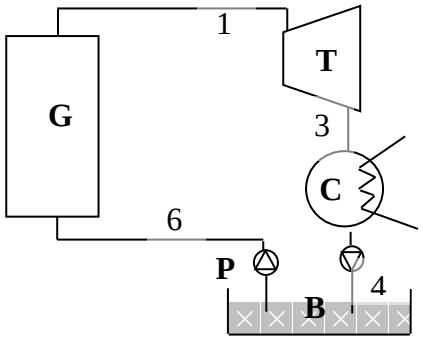
T4= 711,9 K

r = 1 + (h1-h4)/(h3-h2) = 24,5%

INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude d'une turbine à vapeur

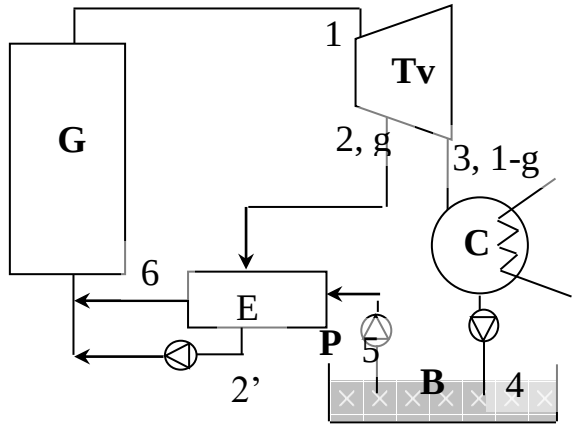
Le schéma ci-dessous donne les éléments d'une turbine à vapeur utilisée pour produire du travail.



G : générateur de vapeur
à pression constante
Tv : turbine adiabatique
C : condenseur (pression constante et eau non sous-refroidie)
B : Bâche d'alimentation à Pa
(réservoir d'eau)
P : pompe eau liquide

Les conditions amont de la turbine sont : P1=14 bars et T1=300 °C,
La pression en aval de la turbine est 0.06 bar et T=36°C.
L'alimentation en eau de la chaudière est réalisée grâce à une bâche contenant de l'eau à la pression atmosphérique Pa. Deux pompes P à eau sont utilisées, une pour amener les condensats issus du condenseur à P=Pa=1 bar, l'autre pour injecter l'eau dans le générateur.
On définit l'efficacité adiabatique de détente par $N_{det} = W_u/W_u^{isen}$, ou W_u est le travail utile réellement fourni et W_u^{isen} le travail utile fourni au cours d'une détente isentropique.
La valeur de N_{det} est égale à 0.8
Toutes les propriétés thermodynamiques sont lues sur le diagramme (h,s) joint sauf l'enthalpie de l'eau liquide qui est calculée par $h_{eau,liq}$(kJ/kg)=4.18*t (°C).
Le travail de compression de toutes les pompes liquides dans ce devoir sera toujours négligé et on supposera que l'enthalpie de l'eau liquide ne varie à travers ces pompes.

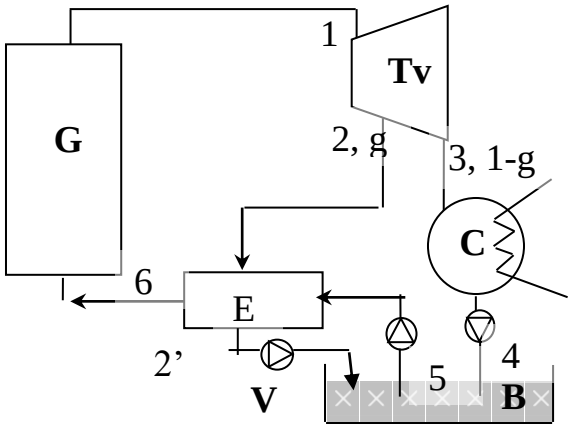
1°) *déterminer les points 1, 4 et 6 du circuit (Température, Pression et enthalpie).*
Placer sur le diagramme le point 3^{isen} *atteint en sortie de turbine si la détente est isentropique.*
En déduire le travail massique w_u^{isen} .
Calculer le travail utile fourni w_u *(par kg de vapeur). En déduire l'enthalpie du point 3 et le placer sur le diagramme (h,s).*
Calculer le rendement de l'installation.
2°) Etude la turbine avec soutirage et échangeur
Pour améliorer l'installation, on effectue un soutirage de la vapeur au cours de la détente dans la turbine. Cette vapeur est ensuite utilisée pour préchauffer l'eau rentrant dans le générateur comme cela est indiqué dans le schéma ci-dessous.



E : échangeur (sans perte)
g : fraction du débit massique total,
en %, qui est soutiré en 2
Pression de soutirage P2= 3 bar
La turbine à vapeur est la même qu'au 1°), donc les points 1 et 3 sont les mêmes.

2°-1) *Donner les valeurs des points (1-3-4-5) du circuit et les reporter dans le tableau joint.*
2°-2) On suppose que la détente dans la turbine (1-2-3) est représentée par un segment de droite sur le graphe (h,s). *Déterminer le point 2 sur ce graphe.*
L'eau qui sort de l'échangeur en 2' est liquide à la température de changement d'état. *Déterminer le point 2' et finir de remplir le tableau.*
2°-3) *à l'aide du bilan d'énergie sur l échangeur, calculer la valeur de g.*
2°-4) *Calculer le travail utile fourni w_u (par kg de vapeur) et le rendement de l'installation.*
Comparer au cas ou il n'y a pas de soutirage de vapeur.
2°-5) L'installation est conçue pour délivrer sur la turbine une puissance de 25 MW.
Calculer le débit de vapeur avec ou sans soutirage. Conclusion ?

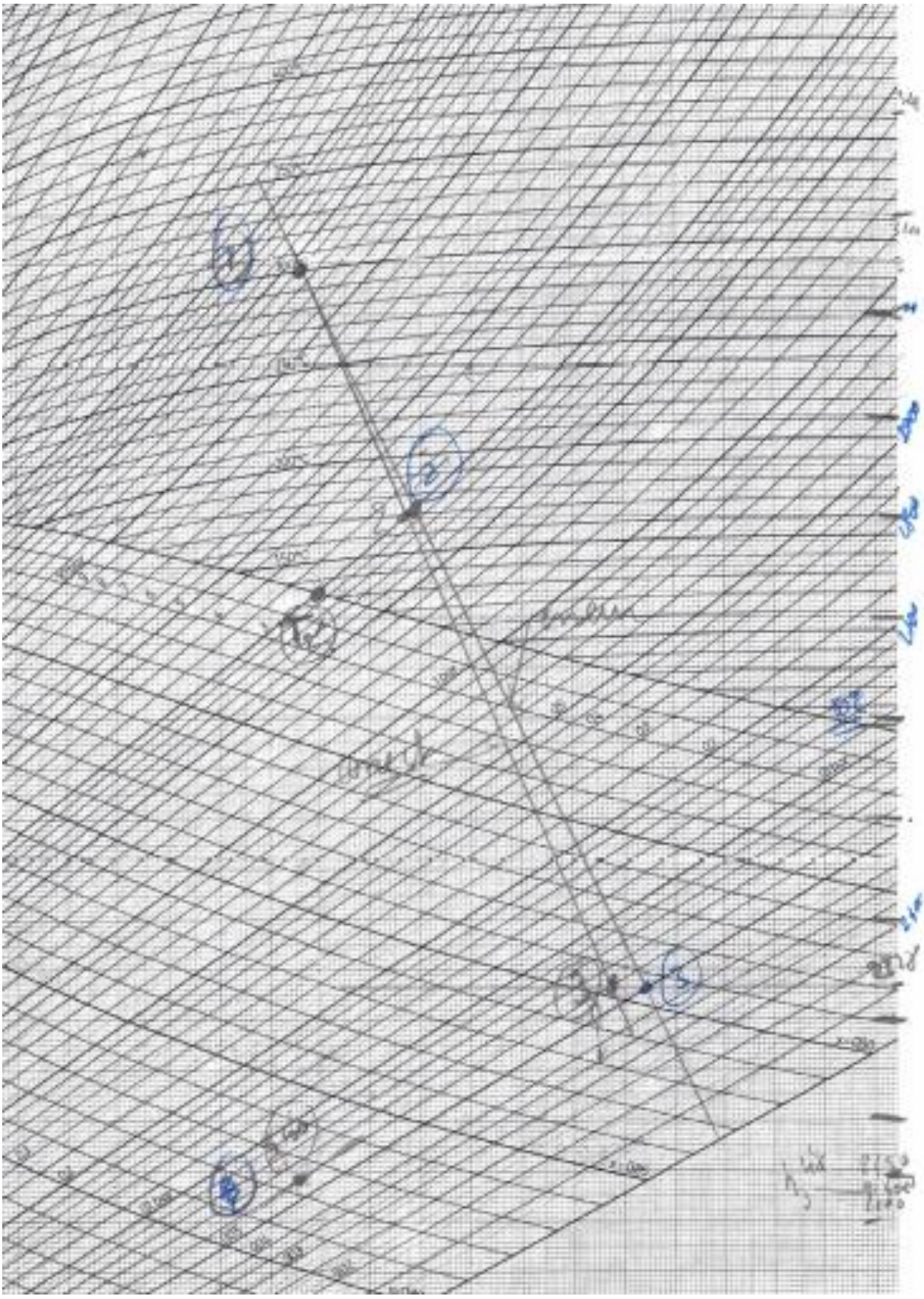
3°) Variante de la turbine avec soutirage.
Un variante de l'installation précédente consiste à injecter les condensats en sortie de l'échangeur dans la bâche d'alimentation grâce à une vanne de détente parfaite (sans perte d'enthalpie) comme cela est indiqué dans le schéma ci-dessous. La bâche est donc un mélangeur dans lequel rentre l'eau en 2' et en 4 et d'ou il ressort l'eau dans les conditions 5



V : vanne de détente isenthalpe
g : la fraction du débit massique total, soutiré en 2, reste la même que précédemment.
Pression de soutirage P2= 3 bars

grâce à deux bilans d'énergie, Calculer l'enthalpie h6 en sortie de l'échangeur . En déduire la température de l'eau en 6.
Calculer le rendement de cette nouvelle installation et comparer aux deux cas précédents.

Réponses
1°) P1=14 bar, T1=300°C, h1=3040 kJ/kg (lu sur le diagramme)
P3=0.06 bar, T3= 30°C, h3=2320 kJ/kg (lu sur le diagramme)
P4=1 bar, T4=36°C, h4=150,5 kJ/kg
P6=14 bar, T6=T4= 36°C, h6=h4=150,5 kJ/kg
w_u^{isen}= -900 kJ/kg, w_u= -720 kJ/kg, r= -Wu/Qc= 24,9%, h3= 2320 kJ/kg
2°-2) P2= 3 bar, T2= 170°C (lu sur le diagramme), h2= 2800 kJ/kg (lu sur le diagramme)
P2'=3 bar, T2'= 135°C (lu sur le diagramme), h2= 564,3 kJ/kg
2°-3) g= (h6-h5)/(h2-h5)= 0.156 (rappel : pour 1kg/s d'eau dans le circuit)
2°-4) w_u= g(h2-h1)+(1-g)(h3-h1)= -645 kJ/kg
r= -Wu/Qc= 26,1 %, meilleur que sans soutirage
2°-5) débit massique dans le circuit avec soutirage = 38,7 kg/s
débit massique dans le circuit sans soutirage = 34,7 kg/s
Si soutirage, Plus de vapeur dans le générateur, installation plus grande.
3°) Bilan échangeur : g(h2-h2')=(h6-h5)
Bilan bache/mélangeur : g h2' + (1-g) h4 =h5
h6= 564 kJ/kg même point que dans le 2°), T6= 135°C
w_u= 645 kJ/kg même valeur que précédemment
r= -Wu/Qc= 26,1 % même rendement que précédemment



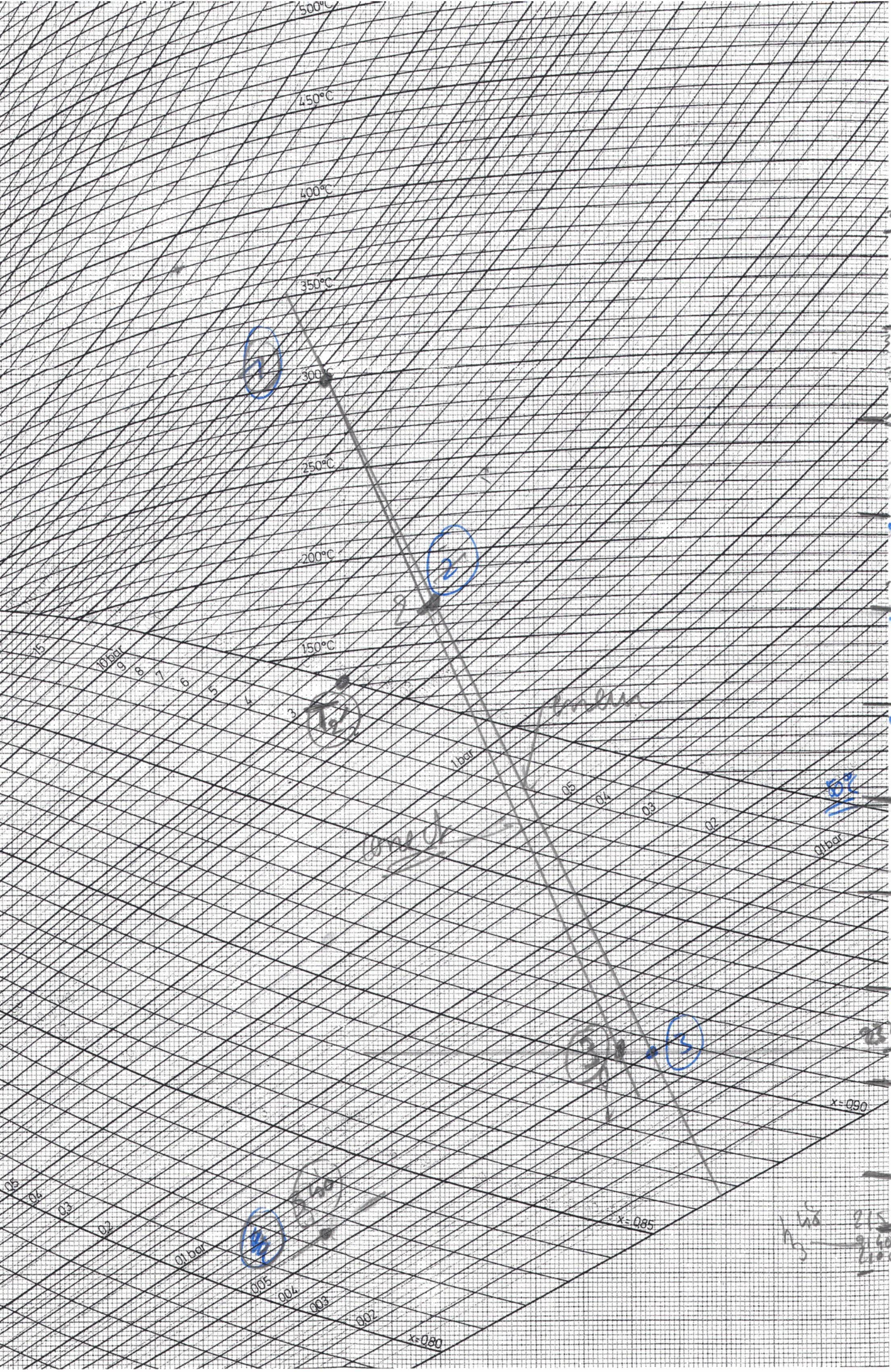
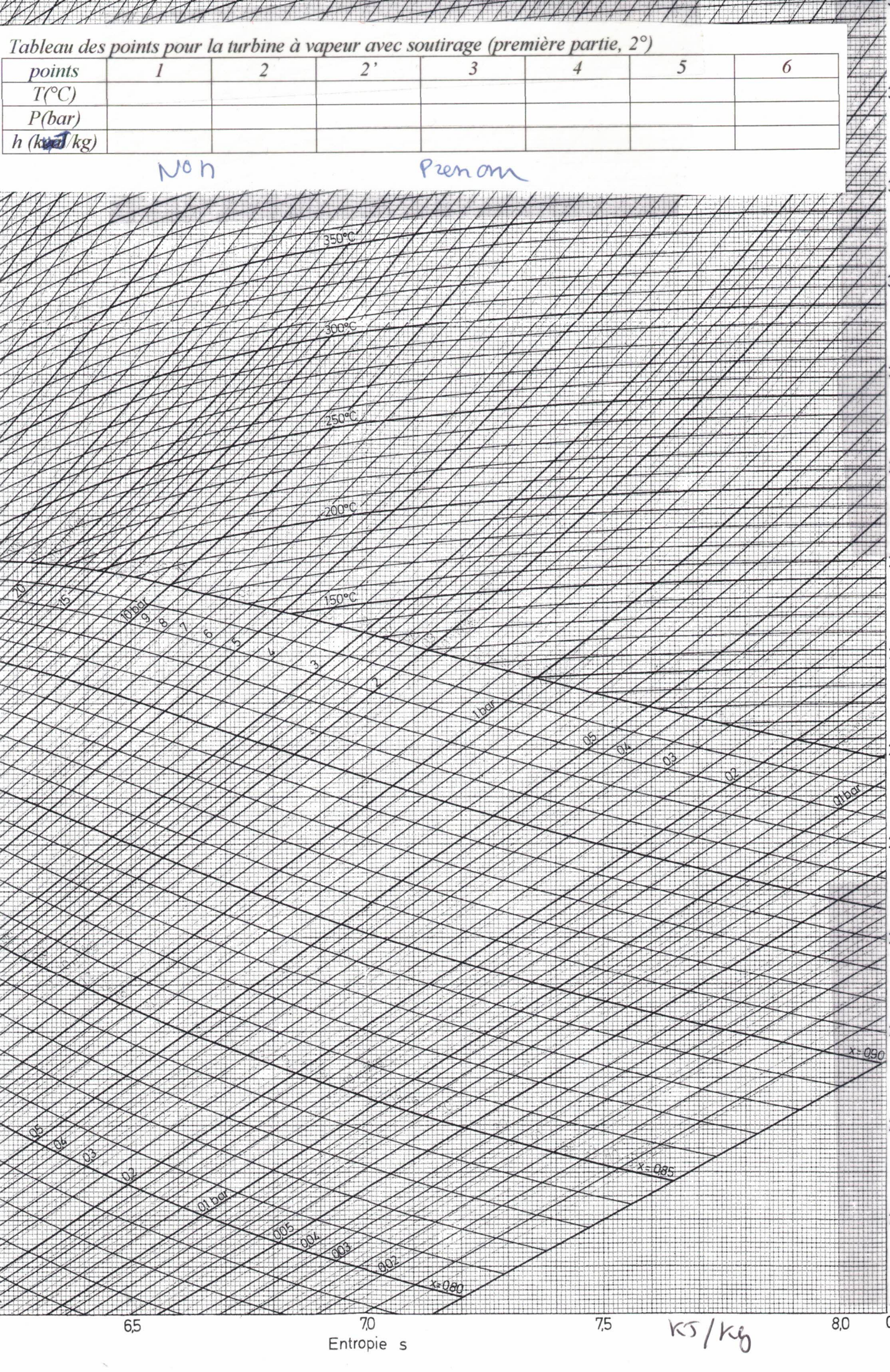

500°C
450°C
400°C
350°C
300°C
250°C
200°C
150°C
15
10bar
9
8
7
6
5
4
3
1bar
05
04
03
02
01bar
x=090
x=085
x=080
005
004
003
002
1
2
3
4
3100
2900
2800
2700
2600
2500
2400
2300
2200
2100
2000
1900
1800
1700
1600
1500
1400
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100

Tableau des points pour la turbine à vapeur avec soutirage (première partie, 2°)

points	1	2	2'	3	4	5	6
T(°C)							
P(bar)							
h (kJ/kg)							

Nom Prenom



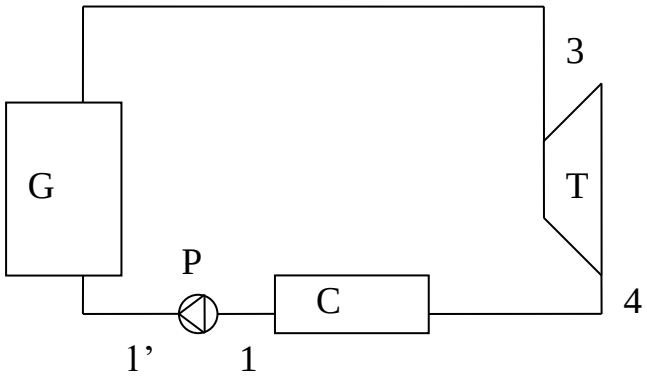
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

OPTIMISATION DES CYCLES DE VAPEURS

On utilise de la vapeur d'eau dans un circuit pour produire du travail.

I- Cycle de Rankine idéal

Le circuit ci-dessous permet d'obtenir le cycle de Rankine.



G : générateur de vapeur
T : turbine à vapeur
C : condenseur
P : pompe à eau liquide

Remarque importante : dans tous les calculs, on négligera le travail de compression de l'eau liquide au niveau de la pompe P. On pourra donc admettre pour l'eau liquide h1=h1' (h étant l'enthalpie massique)

La vapeur à la sortie du générateur est de la vapeur saturante sèche.
Le condenseur ne 'sous-refroidit' pas l'eau condensée.
La détente dans la turbine est isentrope.
Le cycle fonctionne entre les pressions 0,048 bars et 57,242 bars

Pour ces pressions, les propriétés de l'eau, correspondant aux changements d'état, sont données dans le tableau ci-dessous (ainsi que d'autres données utiles pour la suite).

P	t	h_l	S_l	h_v	s_v
bar	*°C*	*kcal/kg*	*kcal/kg/K*	*kcal/kg*	*kcal/kg/K*
0,048	*31,21*	*32,11*	*0,1111*	*611,3*	*2,0087*
57,242	*272,32*	*286,04*	*0 ,7186*	*665,36*	*1,4111*
10	*180*	*182,1*	*0,5104*	*663,2*	*1,5725*
57,242	*700*			*930*	*1,7767*

1°) *Donner l'allure du cycle de Rankine ideal dans un diagramme (T,s). (numéroter les différents points du cycle avec soin)*
2°) Calculer à l'aide du tableau ci-dessus :
la valeur du titre x_4 en vapeur à la fin de la détente,
la valeur de l'enthalpie h_4.
3°) Définir le rendement de l'installation
Donner la formule littérale qui permet de calculer ce rendement en fonction des enthalpies des points importants du cycle. Donner la valeur numérique de ce rendement.

II- Cycle de Carnot

Le cycle de Carnot est composé de deux transformations adiabatiques réversibles et deux isothermes réversibles.

On fait fonctionner ce cycle entre les deux températures extrêmes du cycle précédent :

$T_3 = 32{,}21$ °C et $T_4 = 272{,}32$ °C

La détente s'effectue toujours entre les conditions 3 et 4 précédentes

1°) *Donner l'allure du cycle de Carnot dans un diagramme (T,s). On indiquera sur le graphe le sens des échanges de chaleur et de travail utile pour chaque étape du cycle.*

2°) *A l'aide de la notion d'entropie, montrer que le rendement du cycle* n_c*, défini par* $n_c = -W_{cycle}/Q_{apporté}$*, est donné par la relation* $n_c = 1 - T_4/T_3$.
Calculer ce rendement.

3°) *Comparer le rendement du cycle de Carnot au rendement précédent.*
Expliquer brièvement pourquoi les deux rendements sont différents.

III- Amélioration du cycle de Rankine avec une surchauffe

On surchauffe la vapeur en sortie du générateur G.

Le point 3, correspondant aux conditions d'entrée de la turbine, est maintenant à 700°C.

1°) *Donner l'allure de ce cycle dans un diagramme (T,s). (numéroter les différents points du cycle avec soin, le point 4 représente toujours le point de sortie de la turbine).*
Justifier, à partir des valeurs données dans le tableau précédent, le placement du point 4.

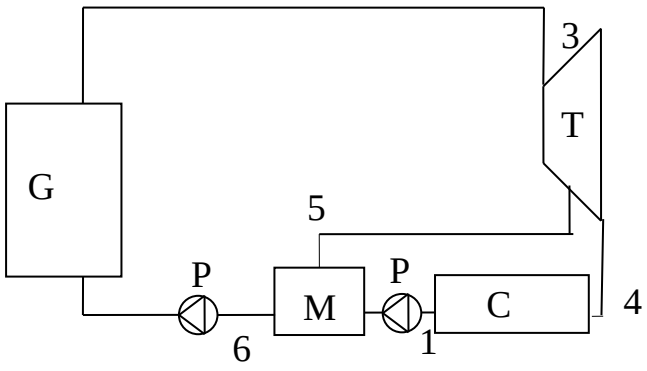
2°) Calculer à l'aide du tableau ci-dessus :
la valeur du titre x_4 *en vapeur à la fin de la détente,*
la valeur de l'enthalpie h_4.

3°) Calculer la valeur numérique du rendement de ce cycle.

En comparant aux deux rendements précédents, quels conclusions (succinctes) peut-on tirer?

IV- Amélioration du cycle de Rankine avec un soutirage et mélange

On réalise, au cours de la détente dans la turbine T, un soutirage du fluide. Ce fluide sert à préchauffer l'eau issue du condenseur comme cela est montré sur le schéma ci-dessous.



M : Mélangeur à pression constante de deux fluides : sans perte
(Rappel :
sans apport de chaleur et sans échange de travail utile)

Le soutirage est effectué à la pression $P_5 = 10$ bars.

Le point représentatif de l'eau liquide en 6 est sur la courbe de changement d'état.

Pour produire 1 kg d'eau liquide en 6, il faut soutirer y(kg) en 5.

La détente s'effectue sous les mêmes conditions 3 et 4 définies au I et le point 1 est également identique.

1°) *Donner l'allure de ce cycle dans un diagramme (T,s). (numéroter les différents points du cycle avec soin). Comment représenter l'étape 5->6 sur le diagramme (T,s) ?*

Pour 1kg d'eau liquide en 6, reporter sur le graphe la masse d'eau mis en jeu dans chacune des étapes du cycle.

2°) *Calculer la valeur du titre x_5 en vapeur au niveau du soutirage.*

En déduire la valeur de l'enthalpie h_5 au niveau du soutirage.

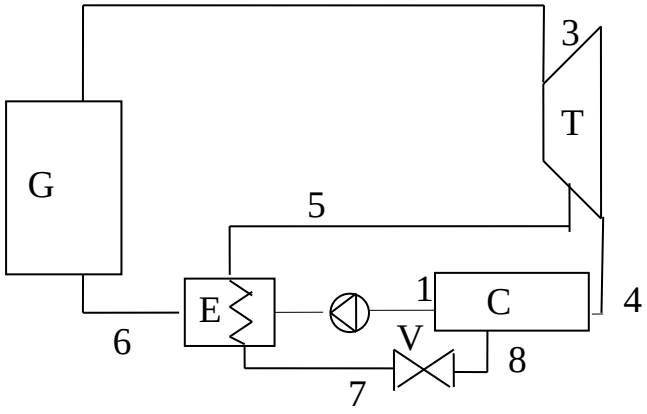
3°) *Ecrire le bilan énergétique du mélangeur (justifier brièvement le raisonnement).*

En déduire la valeur du taux de soutirage y.

4°) *Calculer le rendement de ce cycle*

V- Amélioration du cycle de Rankine avec un soutirage et sans mélange

Comme précédemment, on réalise, au cours de la détente dans la turbine T, un soutirage du fluide. Ce fluide sert à préchauffer l'eau issue du condenseur. Mais dans ce cycle, on ne mélange pas les fluides, on utilise un échangeur.



E : Echangeur à pression constante sans perte

V : Vanne de détente isenthalpique

Le soutirage est effectué à la pression $P_5 = 10$ bars.

L'eau en 7 est liquide et son point représentatif est sur la courbe de changement d'état.

Le fluide de soutirage, détendu en 8 , est injecté au cours de la condensation.

Pour produire 1 kg d'eau liquide en 6, il faut soutirer y(en kg) en 5.

La détente s'effectue sous les mêmes conditions 3 et 4 définies au I et le point 1 est également identique.

1°) *Donner l'allure de ce cycle dans un diagramme (T,s). (numéroter les différents points du cycle avec soin).*

2°) *Ecrire le bilan énergétique de l'échangeur (justifier brièvement le raisonnement).*

En déduire le taux de soutirage Y.

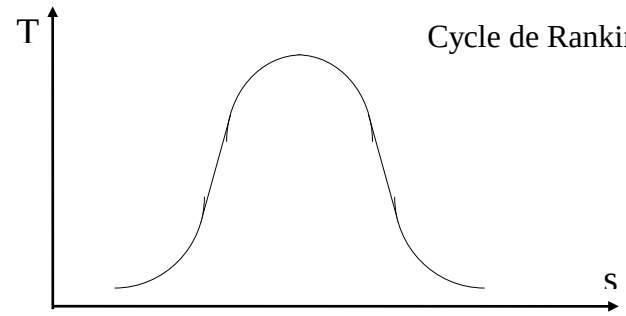
remarque : le point 5 a les mêmes caractéristiques que précédemment. Pour les points 6 et 7, bien qu'ils soient à des pressions différentes, on supposera pour les calculs que leurs autres caractéristiques sont identiques.

3°) *Calculer le rendement de ce cycle.*

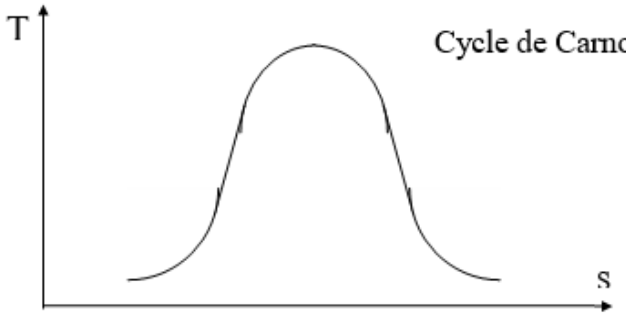
Quelles conclusions faut-il relever en comparant ce rendement aux précédents ?

NOM :

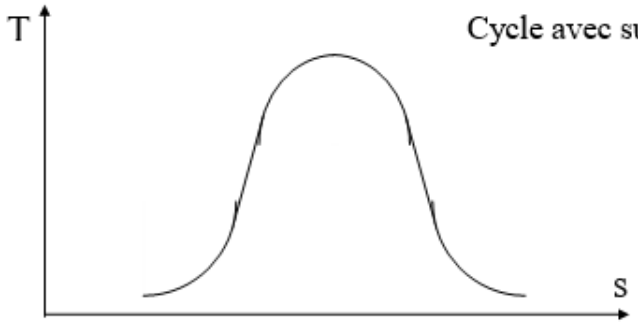
Cycle de Rankine idéale



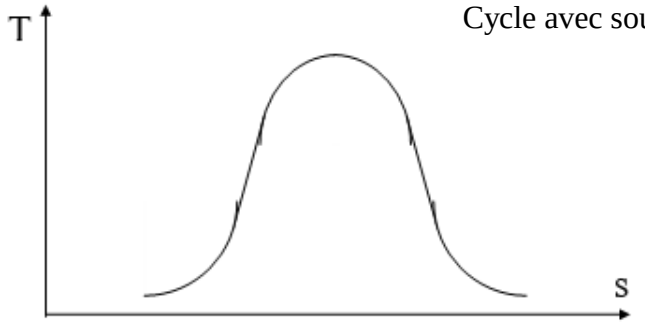
Cycle de Carnot



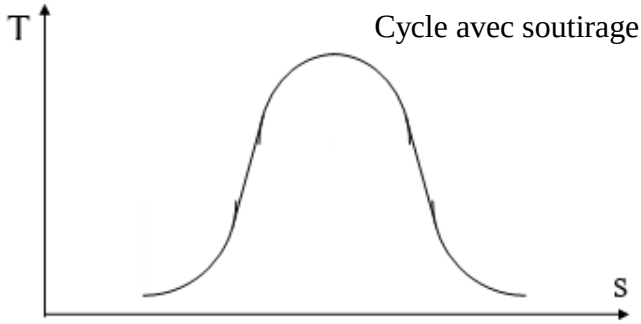
Cycle avec surchauffe



Cycle avec soutirage et mélange



Cycle avec soutirage sans mélange



Réponses

Cycle de Rankine idéal

1°) voir diagramme (T,s)

2°) x4 = (s4-s1)/(s4'-s1) et s4=s3, x4=0,685

h4= x4 h4' + (1-x4) h1, h4= 428,85 kcal/kg

(Rq: pas besoin de convertir en SI, car des rapports d'enthalpie sont calculés dans la suite)

3°) $n_r = -W^{cycle} / Qc = -W_T^u / Qc$ en négligeant W_P^u

n_r= (h3-h4)/(h3-h1)= 0,373

Cycle de Carnot

1°) voir diagramme (T,s)

2°) n_c= 1- T4/T3 (voir la démonstration dans un cours de thermodynamique)

n_c= 0.440

$n_r < n_c$ car dans le cycle de Rankine, il y a des irréversibilités (chauffage de l'eau de 1' à 3)

Amélioration du cycle de Rankine avec une surchauffe

1°) D'après le tableau fourni, on remarque que s_v^4(700°C, 57,242 bar) < $s_v^{4'}$(31,21°C, 0,048 bar). La détente se termine toujours avec un mélange liquide/vapeur

Placement des points du cycle : voir diagramme (T,s)

2°) même raisonnement que pour le cycle de Rankine idéal

x4= 0,878, h4= 540,64 kcal/kg

3°) $n_{r,surchauf}$= 0,434

Amélioration du cycle de Rankine avec un soutirage et mélange

1°) voir diagramme (T,s)

2°) même raisonnement que pour le cycle de Rankine idéal

x5= 0,848, h5= 590,10 kcal/kg

3°) $h_{sortie} = h_{entrée}$ ===> h6 = y h5 + (1-y) h1

y= 0,269

$n_{r,sousTir+mél,} = -(W_{3-4}^u + W_{3-5}^u)/ Qc$ =0,400

Amélioration du cycle de Rankine avec un soutirage et sans mélange

1°) voir diagramme (T,s)

2°) $h_{sortie} = h_{entrée}$ ===> (1-y) (h6-h1') = y (h5-h7)

en prenant h7=h6 et h1=h1' : y= 0,368

3°) $n_{r,sousTir} = -(W_{3-4}^u + W_{3-5}^u / Qc$ =0,365

$n_{r,sousTir} < n_r < n_{r,sousTir+mél,} < n_{r,surchauf} < n_c$