Cour de Mécanique
Deuxième Bac
Sciences Mathématique

Mouvement
des planètes et des satellites Artificielles

Www.AdrarPhysic.Fr



Objectifs : Connaissances et savoir-faire exigibles

- Énoncer les lois de Kepler et les appliquer à une trajectoire circulaire ou elliptique
- Définir un mouvement circulaire uniforme et donner les caractéristiques de son vecteur accélération
- Connaitre les conditions nécessaires pour observer un mouvement circulaire uniforme : vitesse initiale non nulle et force radiale
- Énoncer la loi de gravitation universelle sous sa forme vectorielle pour des corps dont la répartition des masse est à symétrie sphérique et la distance grande devant leur taille
- Appliquer la deuxième loi de Newton à une planète ou à un satellite
- Démontrer que le mouvement circulaire et uniforme est une solution des équations obtenues en appliquant la deuxième loi de Newton aux satellites ou aux planètes
- Définir la période de révolution et la distinguer de la période de rotation propre
- Exploiter les relations liant la vitesse, la période de révolution et le rayon de la trajectoire
- Connaitre et justifier les caractéristiques imposées au mouvement d'un satellite pour qu'il soit géostationnaire
- Retrouver la troisième loi de Kepler pour un satellite ou une planète en mouvement circulaire uniforme
- Exploiter des informations concernant le mouvement de satellites ou de planètes

Www.AdrarPhysic.Fr

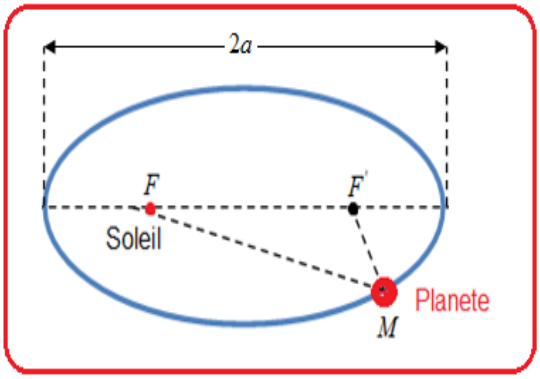
1- Les lois de Kepler

En astronomie, les **lois de Kepler** décrivent les propriétés principales du mouvement des planètes autour du Soleil. Elles ont été découvertes par Johannes Kepler à partir des observations et mesures de la position des planètes faites par Tycho Brahe, mesures qui étaient très précises pour l'époque. Copernic avait soutenu en 1543 que les planètes tournaient autour du Soleil, mais il s'appuyait sur le mouvement circulaire uniforme, hérité de l'antiquité grecque, et les moyens mathématiques n'étaient pas si différents de ceux utilisés par Ptolémée pour son système géocentrique.

Les deux premières lois de Kepler sont publiées en 1609 et la troisième en 1618. Les orbites elliptiques, telles qu'énoncées dans ses deux premières lois, permettent d'expliquer la complexité du mouvement apparent des planètes dans le ciel

En 1687, s'appuyant sur les travaux de Galilée, Kepler et Huygens, Isaac Newton découvre la loi de la gravitation qui lui permet d'expliquer les trois lois de Kepler.

1-1- La première loi de Kepler :loi des orbites



Chaque planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe un des foyers, F ou F'

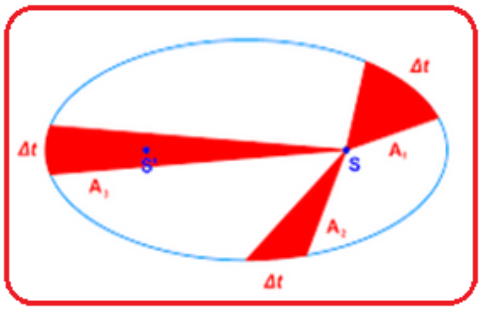
Ellipse dans un plan est un ensemble de points M qui satisfont à la relation : $FM + F'M = C^{te}$

- F et F' deux points constantes nommés foyers de l'ellipse
- $2a$: Longueur du grand axe de la trajectoire elliptique
- a : est le demi grand axe de la trajectoire elliptique

1-2- Deuxième loi de Kepler :loi des aires

La seconde loi de Kepler dit :

"Quand une planète parcourt son orbite, le rayon Soleil-planète balaie des aires égaux en des intervalles de temps égaux". $A_1 = A_2 = A_3$



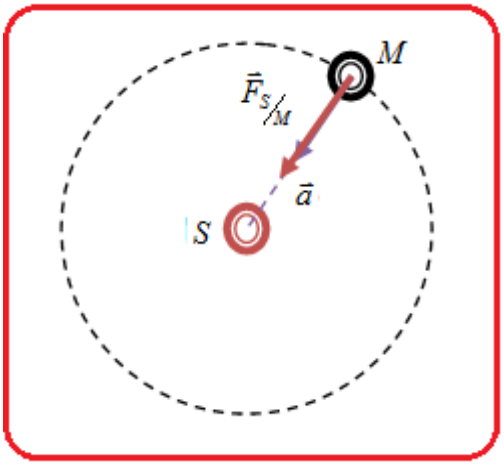
Cette loi décrit donc la vitesse avec laquelle se déplace une planète sur son orbite. Les orbites étant elliptiques, pour balayer une aire donnée, il faut qu'elle parcourt une distance plus grande quand elle est proche du Soleil et plus petite quand elle en est loin. Cette loi lie donc vitesse et distance au Soleil. Kepler ne s'en est pas rendu compte mais cela est du à la gravitation qui accélère la planète d'autant plus qu'elle est proche du Soleil.

1-3- Troisième loi de Kepler :loi des périodes

Le rapport entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est Constant : $\frac{T^2}{a^3} = C^{te}$

2- Mouvement de planètes autour du soleil

On considère une planète M de masse m , en mouvement autour du soleil S de masse m_S



2-1- Expression de l'accélération a .

- Système étudié : la planète M
- Référentiel : repère géocentrique
- Bilan de forces : la force d'attraction Universelle $\vec{F}_{S/M}$.
- Application de la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{S/M} = m.\vec{a} \ .$$

donc $\vec{a}$ et $\vec{F}_{S/M}$ ont même sens et même direction :

: D'où $$ma = F_{S/M} \Rightarrow a = \frac{F_{S/M}}{m} = \frac{G.\frac{m.m_S}{r^2}}{m} = G.\frac{m.m_S}{m.r^2} = G.\frac{m_S}{r^2} \quad a = G.\frac{m_S}{r^2}$$

2-2- Expression de la vitesse du satellite

Puisque l'accélération est centripète (c'est-à-dire dirigée vers le centre de la trajectoire) et dans la base de Freinet on a : $\vec{a} = \vec{a}_n$

$$a = a_N = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = a.r \Rightarrow v = \sqrt{a.r} = \sqrt{G.\frac{m_S}{r^2}.r} = \sqrt{G.\frac{m_S}{r}}$$ D'où $$v = \sqrt{G.\frac{m_S}{r}}$$

2-3- Vérification de la troisième loi de Kepler

On détermine l'expression $\frac{T^2}{r^3} = ?$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi.r}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4.\pi^2.r^2}{v^2} = \frac{4.\pi^2.r^2}{G.\frac{m_S}{r}} = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.m_S} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.m_S}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.m_S.r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.m_S}$$

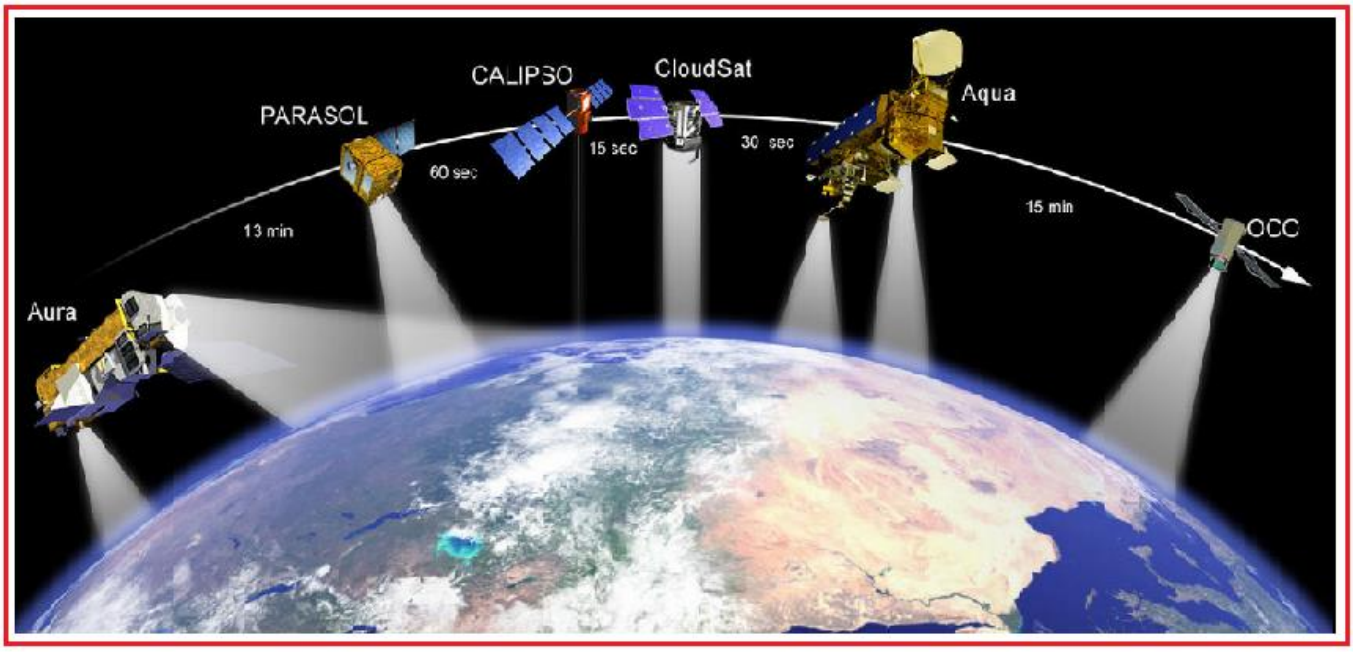
puisque G et m_S sont des constantes c'est-à-dire $\frac{T^2}{r^3} = C^{te}$,donc la troisième loi de KEPLER est vérifié

Www.AdrarPhysic.Fr

3- Mouvement des satellites artificiels autour de la terre

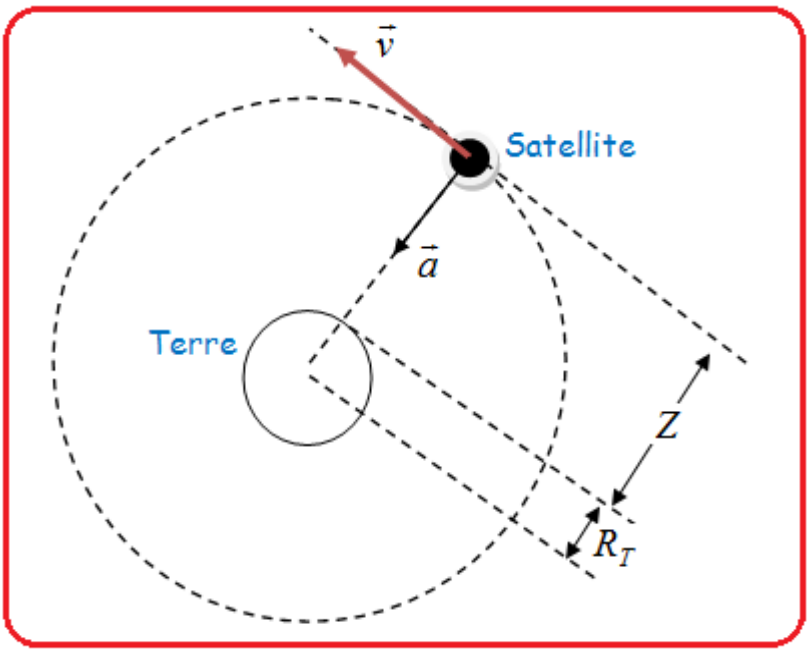
3-1- Définition

Satellite (artificiel) est un engin placé en orbite autour d'un astre et porteur d'équipements (à destination scientifique, industrielle, etc.)



3-2- Expression de : v et T

On considère un satellite artificiel M en mouvement autour de la terre à une altitude Z sous l'action seulement de la force d'attraction universelle $\vec{F}_{T/M}$.



$\vec{a} = \vec{a}_n$ C'est-à-dire $\vec{a}_t = 0 = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

donc la vitesse est constante

$a = a_n = \dfrac{v^2}{r}$ avec $r = R_T + Z$

D'où : $v = \sqrt{G.\dfrac{m_T}{R_T+Z}}$

L'expression de la periode :

$$T = \frac{2\pi.(Z+R_T)}{v} = \frac{2.\pi.(Z+R_T)}{\sqrt{G.\dfrac{m_T}{Z+R_T}}} = 2.\pi\sqrt{\frac{(Z+R_T)^3}{G.m_T}}$$

D'où : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T+Z)^3}{G.m_T}}$

Www.AdrarPhysic.Fr

3-3- La satellisation

Lancer un corps dans l'espace avec une vitesse lui permettant de décrire, autour de la terre un mouvement circulaire uniforme et sous le seul effet de la force d'attraction qu'exerce la terre sur lui et se fait en deux étapes :

* Porter le satellite loin de la terre (à une hauteur $Z > 200Km$) ou la pesanteur est presque nulle (Eviter le frottement fluide)
* Libérer le satellite avec une vitesse $\vec{v}_0$ normale au rayon R_T de sa trajectoire et de module

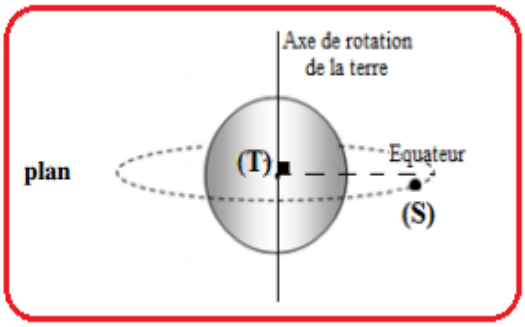
$$v = \sqrt{G.\frac{m_T}{R_T+Z}}$$

3-4- Les satellites géostationnaires

Les satellites géostationnaires : des satellites fixes (stationnaire) par rapport à la terre .

Pour que ce soit le cas, il faut que

* Ils décrivent un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un plan contenant l'équateur.
* Qu'ils tournent dans le même sens que la terre autour de l'axe de ses pôles.



* Leur période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre autour de l'axe de ces pôles (24h).

On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :

Utilisons l'expression de la période à ce satellite :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+Z)^3}{GM_T}} \quad \text{d'où} \quad (R_T+Z) = \sqrt[3]{\frac{GM_T.T^2}{4\pi^2}} \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{GM_T.T^2}{4\pi^2}} - R_T = 36000Km$$

Donc : $\underline{\underline{Z = 36000Km}}$

Www.AdrarPhysic.Fr