

Exercice 1:

On considère le montage électrique suivant qui se compose d'un générateur idéal de tension de force électrique $E=12V$, d'un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ d'une bobine d'inductance L et de résistance r et d'un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K .

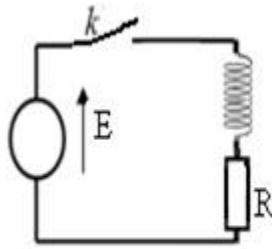
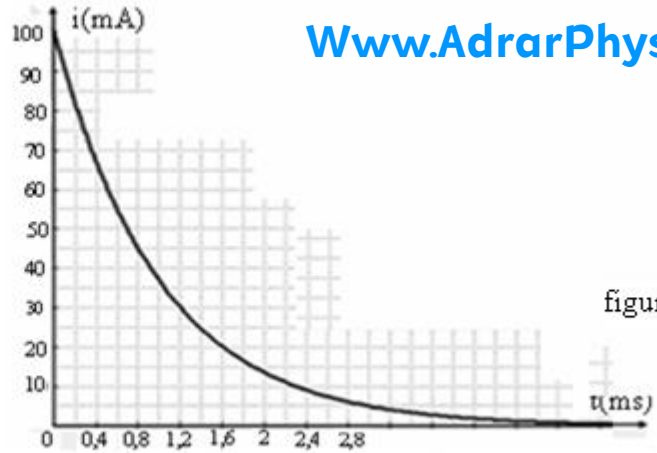


figure (1)

- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité I du courant dans le circuit.
- 2) Dédire l'expression de l'intensité I_0 du courant en régime permanent.
- 3) Lorsque le régime permanent est établi on ouvre l'interrupteur K à un instant $t=0$ après avoir ajouté une diode montée en sens inverse entre les bornes de la bobine.

La figure (1) représente les variations de l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps.

3-1- Quel est le rôle de la diode dans ce nouveau montage?

3-2- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité I du courant dans le circuit.

3-3- Sachant que la solution de cette équation différentielle s'écrit $i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, déterminer l'expression de I_0 et celle de τ puis donner l'expression de $i(t)$.

3-4- Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du dipôle RL, puis déduire la valeur de r et celle de L .

3-5- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans la bobine à l'instant $t = \tau$.

3-6- Dédire le rôle de la bobine dans ce circuit.

Exercice 2:

On réalise le montage représenté dans la figure 1 qui comprend en série :

- un condensateur de capacité $C = 95\mu F$ chargé sous la tension $E=10V$.
- une bobine d'inductance $L=9,6mH$ et de résistance négligeable.
- un conducteur ohmique de résistance $R=2\Omega$.
- un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à $t=0$

La figure 2 représente les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur.

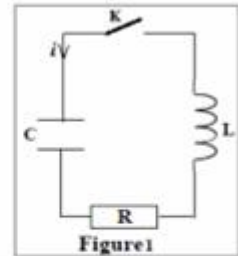


Figure 1

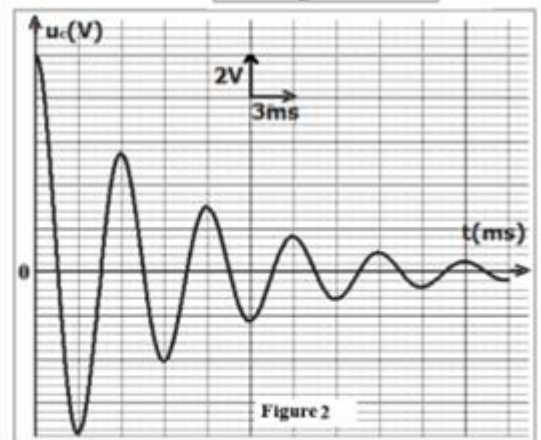


Figure 2

1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ s'écrit :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + 2\alpha \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

avec α une constante à exprimer.

2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$u_c = U_0 e^{-\alpha t} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

2.1 Exprimer la tension U_1 aux bornes du condensateur à $t=T$, en fonction de U_0 , α et T . calculer sa valeur.

2.2 Montrer que $u_c(nT) = U_0 e^{-\alpha nT}$ ou n est un entier naturel non nul.

2.3 Dédire que : $u_c(nT) = \frac{U_1^n}{U_0^{n-1}}$

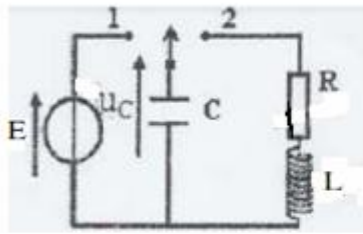
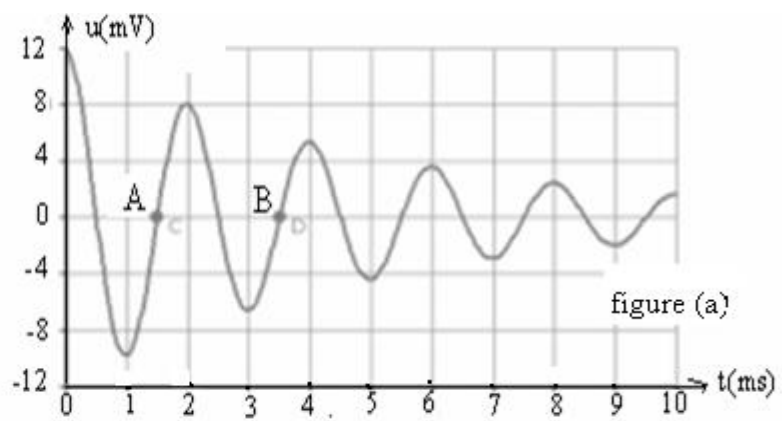
2.4 En déduire l'énergie dissipée par effet joule au bout des trois premières pseudo-périodes.

Exercice 3:

On charge un condensateur de capacité C à l'aide d'un générateur de force électromotrice E puis on bascule l'interrupteur K à la position (2) en prenant cet instant comme origine des temps.

On donne : $E=12V$, L : inductance de la bobine est variable (sa résistance est négligeable), $C = 1\mu F$, $R = 1k\Omega$

1) La tension aux bornes du condensateur évolue en fonction du temps comme le montre la figure (a) :



- 1-1- Les oscillations électriques observées sont amorties. Quel est le dipôle responsable de cet amortissement ?
 - 1-2- Qualifier ce régime d'oscillations par un terme approprié.
 - 1-3- Sur la courbe de la figure précédente sont indiqués deux points A et B. Comment appelle-t-on la durée entre ses deux points ? Déterminer graphiquement sa valeur.
 - 1-4- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
 - 2) Pour entretenir les oscillations on ajoute dans le circuit précédent un dispositif.
 - 2-1- Expliquer dans une phrase, le rôle de ce dispositif du point de vue énergétique.
 - 2-2- Donner l'expression de la période propre T_0 du circuit oscillant. Calculer sa valeur. On donne : $C = 1 \mu F$ et $L = 0,1 H$.
 - 2-3- En déduire la fréquence f_0 de la tension obtenue.
 - 2-4- Le circuit oscillant est ensuite relié à un haut parleur convertissant cette onde électrique en une onde sonore de fréquence f_0 . On souhaite que notre instrument émette la note la_3 à l'aide du circuit précédent.
- On donne les fréquences de l'octave 3 de la gamme tempérée:

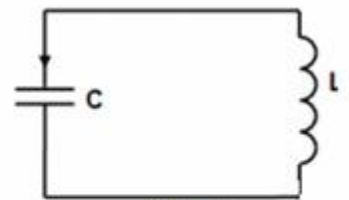
Note	do	Ré	mi	fa	sol	la_3	si
Fréquence (en Hz)	262	294	330	349	392	440	494

- 2-4-1- La fréquence précédente obtenue est-elle un son de l'octave 3 de la gamme?
- 2-4-2- Quels paramètres peut-on changer pour modifier la valeur de la fréquence émise?
- 2-4-3- Sachant qu'on ne dispose pas d'autres condensateurs que celui du circuit précédent. Calculer la valeur de l'autre paramètre qui permettra d'obtenir la note la_3 .
- 2-4-4- On règle ce paramètre sur 232 mH, déterminer la nature de la note émise par le diapason.

Exercice 4:

On réalise la décharge d'un condensateur dans une bobine d'inductance $L = 0,1 H$. La résistance est négligeable dans deux cas :

- 1) 1.1. Premier cas : On utilise un condensateur de capacité C initialement chargé sous la tension U_0 (fig 1). On note $q(t)$ la charge du condensateur à l'instant t .



(fig 1).

- 1.1.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.

- 1.1.2. Déterminer la valeur de C sachant que le circuit est le siège d'oscillations électriques libres non amorties, de période propre $T_0 = 2 \text{ ms}$. On prend $\pi^2 = 10$.

- 1.2. Deuxième cas : On utilise le condensateur précédent de capacité C initialement chargé sous la tension $U_0 = 6 \text{ V}$, et on l'associe à la bobine précédente montée en série avec un conducteur ohmique de résistance R réglable et un interrupteur ouvert. On règle la résistance du conducteur ohmique sur la valeur R_0 , et on ferme le circuit à l'instant $t_0 = 0$.

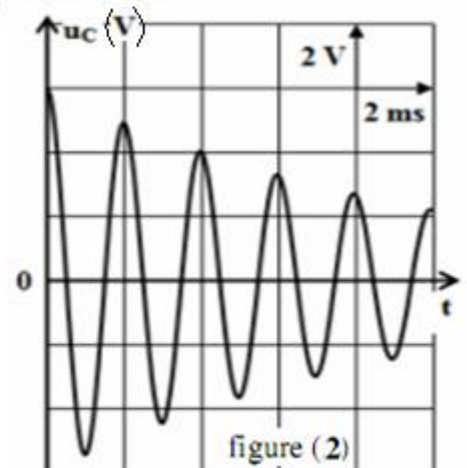
A l'aide d'un système d'acquisition informatique, on suit la tension $u_C(t)$ entre les bornes du condensateur, on obtient le graphe de la figure (2).

- 1.2.1. Nommer le régime d'oscillations que montre le graphe.

- 1.2.2. Calculer la valeur de l'énergie totale ξ_0 du circuit à l'instant $t_0 = 0$ et la valeur de l'énergie totale ξ_1 du circuit à l'instant $t_f = 2T$, avec T pseudo période des oscillations électriques.

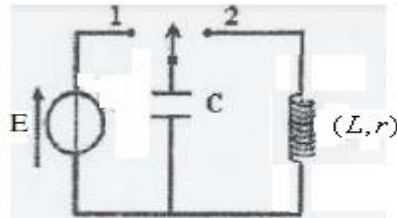
Y'a-t-il conservation de l'énergie totale du circuit ?

- 1-2-3. On admet que $\ln\left(\frac{\xi_0}{\xi_1}\right) = \frac{R_0}{L}(t_1 - t_0)$. Déterminer la valeur de R_0 .

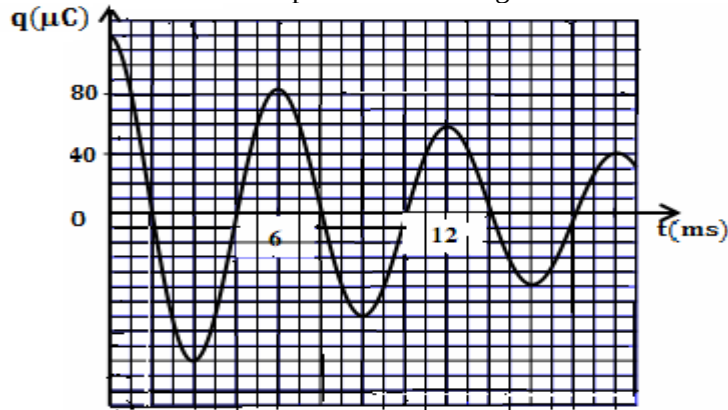


Exercice 5:

On considère le montage de la figure suivante .On charge le condensateur de capacité C à l'aide d'un générateur de force électromotrice E puis on bascule l'interrupteur K à la position (2) en prenant cet instant comme origine des temps.



On donne : $E=12V$, L : inductance de la bobine est variable , $C = 1\mu F$.
Lorsque le condensateur est totalement chargé, on bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant $t=0$.
La courbe de la figure suivante donne l'évolution temporelle de la charge du condensateur $q(t)$.



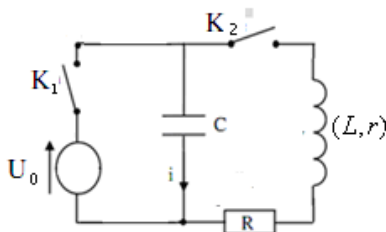
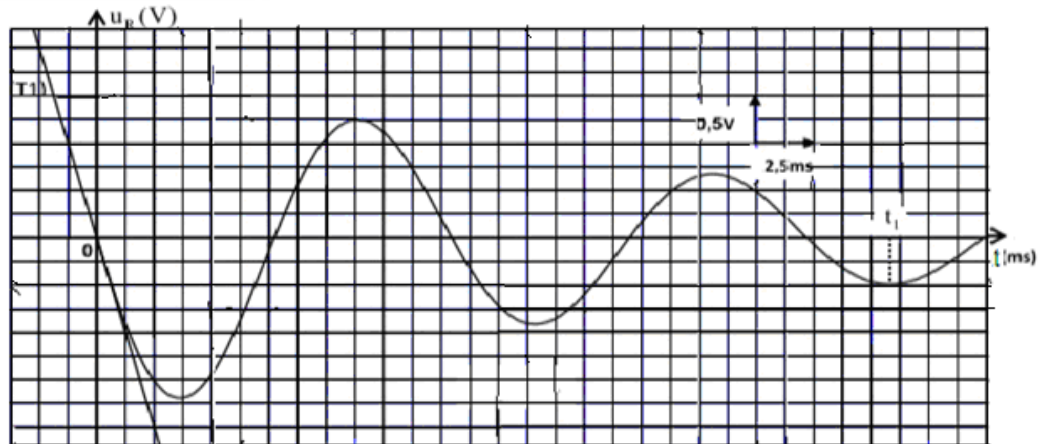
- 1) 1-1- Nommer le régime oscillatoire correspondant.
 - 1-2- En considérant que la pseudo-période est égale à la période propre, déterminer la valeur de l'inductance L . ($\pi^2 = 10$)
 - 1-3- Calculer la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_1=0$ et $t_2= 18ms$.Interpréter le résultat obtenu.
 - 1-4- Pour entretenir les oscillations, on monte en série avec le condensateur et la bobine précédente un générateur G qui délivre une tension électrique $u_G=K.i$.
 - 1-4-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.
 - 1-4-2- Lorsque la constante K prend la valeur $K=11$, on obtient des oscillations électriques sinusoïdales .En déduire la valeur de la résistance " r " de la bobine .
 - 2) On ajoute au montage précédent un conducteur ohmique de résistance $R = 1k\Omega$ tout en remplaçant la bobine par une autre bobine de même inductance $L=0,1H$ et de résistance négligeable.
- Après avoir chargé de nouveau le condensateur totalement, on bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant $t=0$.La figure suivante représente la variation de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et celle de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

Exercice 6:

On considère le montage électrique suivant constitué d'une bobine d'inductance $L=0,9H$ et de résistance interne, un conducteur ohmique de résistance $R = 120\Omega$, un condensateur de capacité $C=10^{-6}F$.

Lorsque la tension entre les bornes du condensateur prend la valeur $u_c = U_0$,on ouvre K_1 et on ferme K_2 à un instant $t=0$. Un système d'acquisition permet de tracer la courbe représentant la tension $u_R(t)$.

(la droite (T_1) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.



1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur.

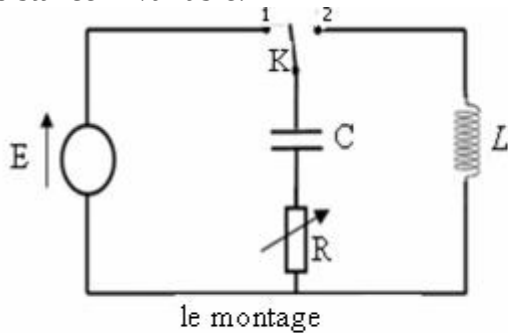
2) Exprimer : $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R , r et i ; E_t représente l'énergie totale du circuit à un instant t

3) Montrer que $U_0 = -\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0}$ où $\left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0}$ représente la dérivée par rapport au temps de $u_R(t)$ à $t=0$. Calculer U_0 .

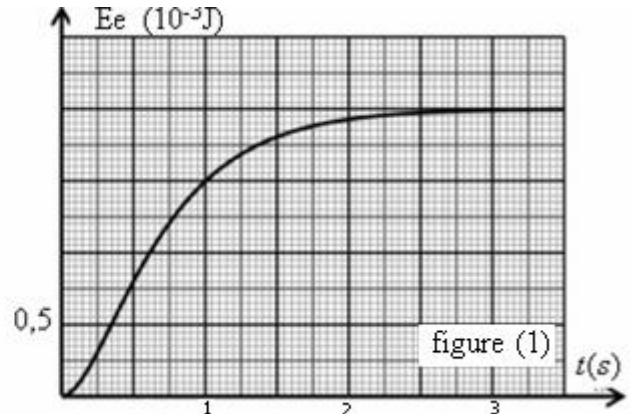
4) Trouver $|E_j|$ l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants $t=0$ et $t=t_1$

Exercice 7:

On considère le montage suivant qui se compose d'un générateur de force électromotrice, d'un condensateur de capacité C , d'une bobine de coefficient d'induction L et de résistance négligeable, d'un conducteur ohmique de résistance R variable.



On ferme l'interrupteur K à la position (1) à l'instant $t=0$.



1) 1-1- Recopier le montage correspondant en précisant son rôle puis établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur. (On pose $\tau = RC$).

1-2- Montrer que $u_c = A(1 - e^{-\alpha t})$ est solution de l'équation différentielle précédente puis déduire l'expression de A et de α .

1-3- En utilisant l'analyse dimensionnelle déterminer l'unité de α .

1-4 - 1-4-1- Montrer que l'énergie électrique maximale emmagasinée dans le condensateur est : $E_{e\max} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2$.

1-4-2- Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur est : $E_e = E_{e\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2$

1-5-On donne dans la figure (1) la courbe qui représente les variations de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.

1-5-1- Déterminer graphiquement la valeur de τ .

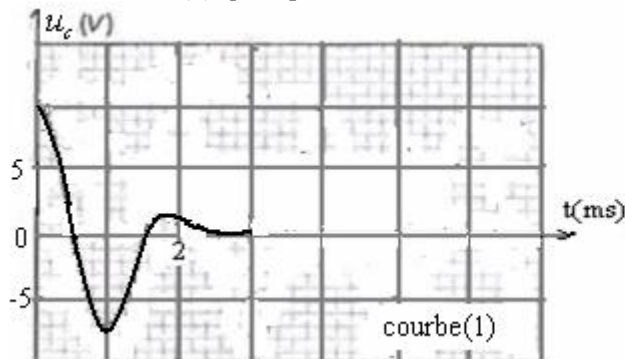
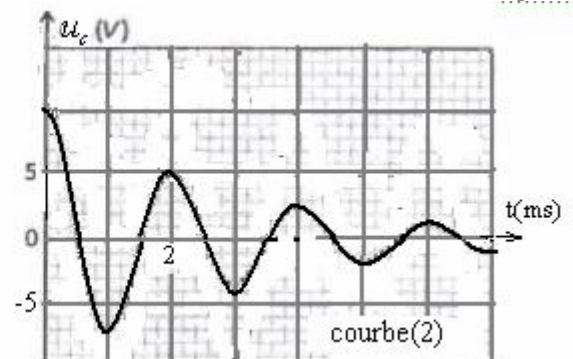
1-5-2- Déduire la valeur de la capacité C du condensateur sachant que la force électromotrice du générateur est $E=10V$.

1-5-3-Montrer que: $R = 12,5k\Omega$.

1-5-On donne dans la figure (1) la courbe qui représente les variations de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.

2) Lorsque le régime permanent est établi on décale l'interrupteur vers la position (2) à un instant $t=0$.

On obtient La courbe (1) qui représente les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps . . .



2-1- Nommer le régime que représente chacune des courbes.

2-2- Déterminer la charge q_0 du condensateur à l'instant $t=0$.

3) On fait diminuer la valeur de la résistance R et on obtient la courbe (2).

3-1- Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T de l'oscillateur.

3-2-Sachant que la pseudo-période est égale à la période propre, déterminer la valeur du coefficient d'induction L de la bobine (On prend $\pi^2 = 10$)

3-3 Montrer que l'énergie totale du circuit diminue .Interpréter cette diminution.

4) Lorsque le condensateur est totalement chargé, on fait varier la valeur de la résistance R jusqu'à ce qu'elle s'annule $R=0$ puis on décale l'interrupteur K vers la position (2) à un instant $t=0$.

4-1- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension uc aux bornes du condensateur.

4-2- Montrer que $u_c = A \cdot \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$ est solution de l'équation différentielle précédente puis déterminer l'expression de A en fonction des paramètres du circuit puis déterminer sa valeur.

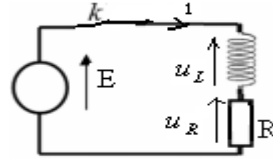
[Www.AdrarPhysic.Fr](http://www.adrarphysic.fr)

Correction

Correction de l'exercice 1:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_L + u_R = E \Rightarrow r i + L \frac{di}{dt} + R i = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r) i = E \quad \text{d'où: } \frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T} \quad \text{avec: } R_T = R+r$$

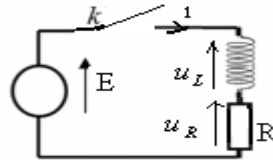


2) En régime permanent, l'intensité du courant est constante $i = I_0$. donc: $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_T}$

3) 3-1- le rôle de la diode dans ce nouveau montage c'est pour éviter la surtension aux bornes de la bobine.

3-2- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_L + u_R = 0 \Rightarrow r i + L \frac{di}{dt} + R i = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r) i = 0 \quad \text{d'où: } \frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = 0$$



3-3- la solution est: $i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = -\frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$, en remplaçant dans l'équation différentielle on a:

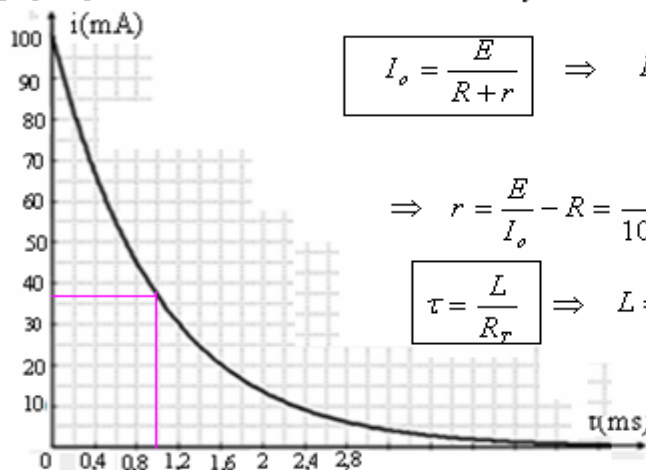
$$-\frac{L}{R_T} \cdot \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - \frac{L}{\tau R_T}\right) = 0 \quad \text{donc: } 1 - \frac{L}{\tau R_T} = 0 \Rightarrow \frac{L}{\tau R_T} = 1 \quad \text{d'où: } \tau = \frac{L}{R_T}$$

Détermination de I_0 : On utilise les conditions initiale : à $t=0$ on a : $i = \frac{E}{R_T}$, en remplaçant dans: $i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ à $t=0$,

elle devient: $\frac{E}{R_T} = I_0 e^0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_T}$ donc : $i(t) = \frac{E}{R_T} e^{-\frac{t}{\tau}}$

3-4- à l'instant $t = \tau$, $i(\tau) = I_0 e^{-1} = 0,37 I_0 = 0,37 \times 100 = 37 \text{ mA}$

qui correspond graphiquement à : $\tau = 1 \text{ ms}$, et on a : $I_0 = 100 \text{ mA}$



$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{E}{I_0}$$

$$\Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{12}{100 \cdot 10^{-3}} - 100 = 20 \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_T} \Rightarrow L = \tau R_T = 10^{-3} \times 120 = 0,12 \text{ H}$$

3-5- $E_m(t) = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L \left(I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2$, à $t = \tau \Rightarrow E_m(\tau) = \frac{1}{2} L I_0^2 (e^{-1})^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,12 (0,1)^2 \cdot (e^{-1})^2 = 8,12 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

Correction de l'exercice 2:

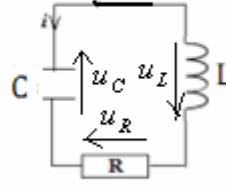
1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_L + u_R + u_C = 0$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + Ri + u_C = 0 \quad \text{avec:} \quad i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{et:} \quad \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$\text{donc:} \quad LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0 \quad , \text{ qui sous la forme:}$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2\alpha \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{R}{2L}$$



$$2) 2-1- \text{ on a : } u_C(t) = U_o e^{-\alpha t} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow U_1 = u_C(T) = U_o e^{-\alpha T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} T\right) = U_o e^{-\alpha T} \cdot \cos(2\pi) = U_o e^{-\alpha T}$$

$$2-2- u_C(nT) = U_o e^{-\alpha nT} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} nT\right) = U_o e^{-\alpha nT} \cdot \cos(2\pi n) = U_o e^{-\alpha nT} \quad \text{car:} \quad \cos(2\pi n) = 1$$

$$2-3- \text{ On a : } u_C(t) = U_o e^{-\alpha t} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad \text{et:} \quad u_C(nT) = U_o e^{-\alpha nT}$$

$$\text{D'après la question 2-1) on a : } U_1 = U_o e^{-\alpha T} \Rightarrow U_1^n = U_o^n e^{-n\alpha T}$$

U_o^{n-1} : est constante.

$$\Rightarrow \frac{U_1^n}{U_o^{n-1}} = \frac{U_o^n e^{-n\alpha T}}{U_o^{n-1}} = U_o^{1-n+n} e^{-n\alpha T} = U_o e^{-n\alpha T} = u_C(nT)$$

2-4- L'énergie dissipée par effet joule au bout de $3T$:

$$\xi = |\Delta \xi_t| = |\xi_{(3T)} - \xi_{(t=0)}| = \left| \frac{1}{2} C u_{C(3T)}^2 - \frac{1}{2} C u_{C(t=0)}^2 \right| = \left| \frac{1}{2} C [u_{C(3T)}^2 - u_{C(t=0)}^2] \right| = \left| \frac{1}{2} \cdot 95 \cdot 10^{-6} [1,6^2 - 10^2] \right| \approx 4,6 \cdot 10^{-3} J$$

Correction de l'exercice 3:

1) 1-1- Le dipôle responsable de l'amortissement est la résistance.

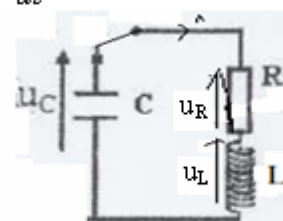
-2- Régime pseudo- périodique.

1-3- La pseudo-période. Sa valeur est : $T=2ms$.

$$1-4- \text{ En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : } u_L + u_R + u_C = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + Ri + u_C = 0$$

$$\text{avec:} \quad i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{et:} \quad \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u_C}{dt^2}$$



$$\text{donc:} \quad LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

2) 2-1- Pour entretenir les oscillations on ajoute dans le circuit précédent un dispositif. Le rôle de ce dispositif est de récompenser l'énergie perdue par effet joule dans le circuit.

$$2-2- \quad T_o = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{A.N:} \quad T_o = 2\pi\sqrt{0,1 \times 10^{-6}} \approx 0,002s = 2ms$$

$$2-3- \text{ La fréquence de la tension obtenue : } f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0,002} = 500Hz$$

2-4) 2-4-1- La fréquence précédente obtenue n'est pas un son de l'octave 3 de la gamme .

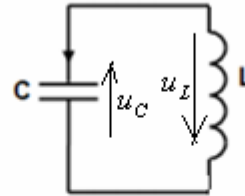
2-4-2- Pour modifier la valeur de la fréquence émise on peut modifier soit la valeur de la capacité C du condensateur ou bien celle de l'inductance L de la bobine.

$$2-4-3- \text{ On a : } f'_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}} \Rightarrow f'^2_o = \frac{1}{4\pi^2 L'C} \Rightarrow L' = \frac{1}{4\pi^2 C f'^2_o} \text{ A.N: } L' = \frac{1}{4\pi^2 10^{-6} \cdot 440^2} \approx 0,13H$$

$$2-4-4- f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{232 \cdot 10^{-3} \times 10^{-6}}} = 330Hz \Rightarrow \text{La note émise par le diapason est : mi}$$

Correction de l'exercice 4:

1-1) 1-1-1- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_L + u_C = 0$



$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0 \text{ avec : } i = \frac{dq}{dt} \text{ et : } \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \text{ d'où : } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$

$$1-1-2- T_o = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_o^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow C = \frac{T_o^2}{4\pi^2 L} = \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 0,1} = 10^{-6} F = 1\mu F$$

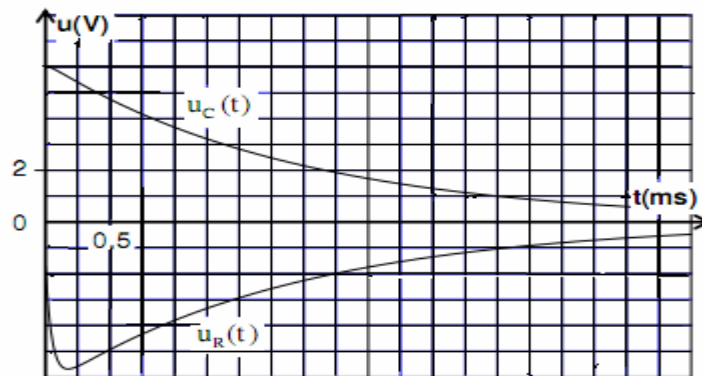
1-2) 1-2-1- Régime pseudopériodique.

$$1-2-2- \xi_o = \xi_{oe} + \xi_{om} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_{C(t=0)}^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_{(t=0)}^2 \text{ A.N: à } t=0 \text{ } u_C=6V \text{ et } i=0, \xi_o = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \times 6^2 + 0 = 18 \cdot 10^{-6} J$$

$$\xi_{(t=2T)} = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_{C(t=2T)}^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_{(t=2T)}^2 \text{ A.N: à } t=2T \text{ } u_C=4V \text{ et } i=0, \xi_{(t=2T)} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \times 4^2 + 0 = 8 \cdot 10^{-6} J$$

Il n'y a pas conservation de l'énergie totale dans le circuit.

$$1-2-3- \ln\left(\frac{\xi_o}{\xi_1}\right) = \frac{R_o}{L} (t_1 - t_o) \Rightarrow R_o = \frac{\ln\left(\frac{\xi_o}{\xi_1}\right) \times L}{2T - 0} = \frac{\ln\left(\frac{18 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-6}}\right) \times 0,1}{2 \times 2 \cdot 10^{-3}} \approx 20\Omega$$



Correction de l'exercice 5:

1) 1-1- Il s'agit du régime pseudo-périodique.

$$1-2- \text{ On a : } T_o = 2\pi\sqrt{LC} \text{ et on a : } T=T_o \text{ graphiquement : } T=6ms$$

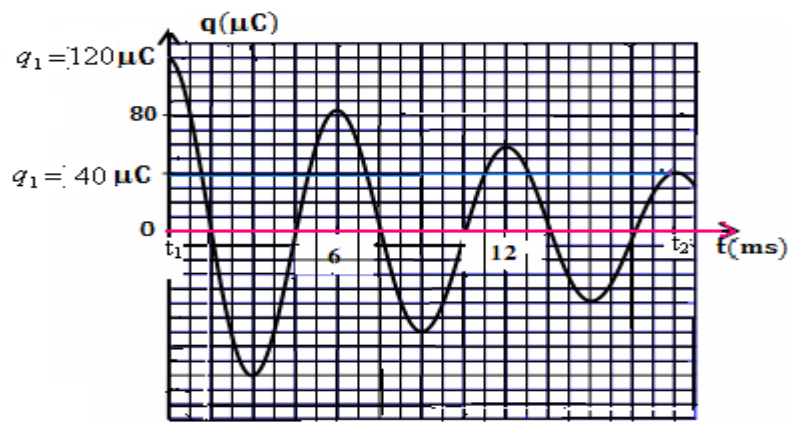
$$\text{donc : } T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot LC \text{ d'où : } L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C} = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 10^{-6}} = 0,9H$$

1-3- Calculer la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_1=0$ et $t_2=18ms$.

$$\Delta \xi = \xi_{t2} - \xi_{t1} = (\xi_{mt2} + \xi_{et2}) - (\xi_{mt1} + \xi_{et1}) = (0 + \xi_{et2}) - (0 + \xi_{et1}) = \xi_{et2} - \xi_{et1} = \frac{1}{2C} \cdot (q_2^2 - q_1^2)$$

$$\text{A.N: } \Delta \xi = \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \cdot [(40 \cdot 10^{-6})^2 - (120 \cdot 10^{-6})^2] = -6,4 \cdot 10^{-3} J$$

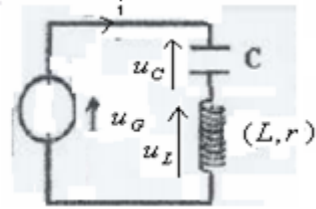
Il y a pas diminution de l'énergie totale dans le circuit, ceci est due à une perte d'énergie électrique par effet joule au niveau de la résistance totale du circuit.



1-4- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_G = u_L + u_C$

$$\Rightarrow K i = r i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (K - r) i + \frac{q}{C} = 0$$

Pour que les oscillations soient entretenues : $K - r = 0$ d'où : $r = K = 11 \Omega$



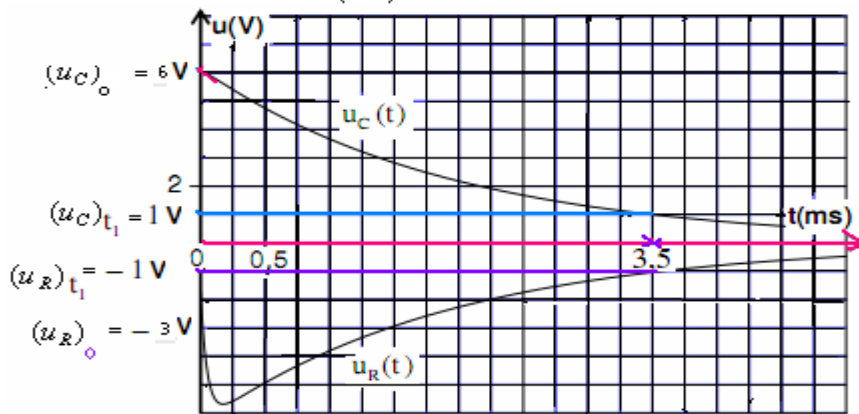
2) 2-1- L'énergie totale du circuit à un instant t est : $\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$

$$u_R = R i \Rightarrow i = \frac{u_R}{R} \Rightarrow \xi_t = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L \frac{u_R^2}{R^2}$$

2-2-

$$\Delta \xi = \xi_{t1} - \xi_{t2} = \left[\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L \frac{u_R^2}{R^2} \right]_{t1} - \left[\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L \frac{u_R^2}{R^2} \right]_{t2} = \frac{1}{2} C [(u_C)_{t1}^2 - (u_C)_{t2}^2] + \frac{1}{2} L \frac{1}{R^2} [(u_R)_{t1}^2 - (u_R)_{t2}^2]$$

$$\text{A.N: } \Delta \xi = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} [1^2 - 6^2] + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,9}{(10^{-3})^2} [(-1)^2 - (-3)^2] = -18 \cdot 10^{-6} - 4 \cdot 10^{-6} = -2,2 \cdot 10^{-5} J$$

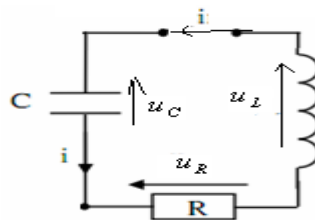


$$\Delta \xi < 0 \Rightarrow \xi_f - \xi_i < 0 \text{ donc: } \xi_f < \xi_i \text{ d'où: } \xi \text{ est décroissante.}$$

La diminution de l'énergie est due à l'existence de la résistance au niveau de laquelle il y'a dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur par effet Joule.

Correction de l'exercice 6:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :



$$u_R + u_L + u_C = 0 \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow (R+r)i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ avec: } i = \frac{dq}{dt} \text{ et: } \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\text{donc: } L \frac{d^2q}{dt^2} + (R+r) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R+r}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} q = 0$$

$$2) E_t = E_e + E_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} \cdot L i^2 \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L i \cdot \frac{di}{dt} \text{ avec: } i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = i \left[L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right]$$

$$\text{et on a: } L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r)i \text{ donc: } \frac{dE_t}{dt} = -(R+r)i^2$$

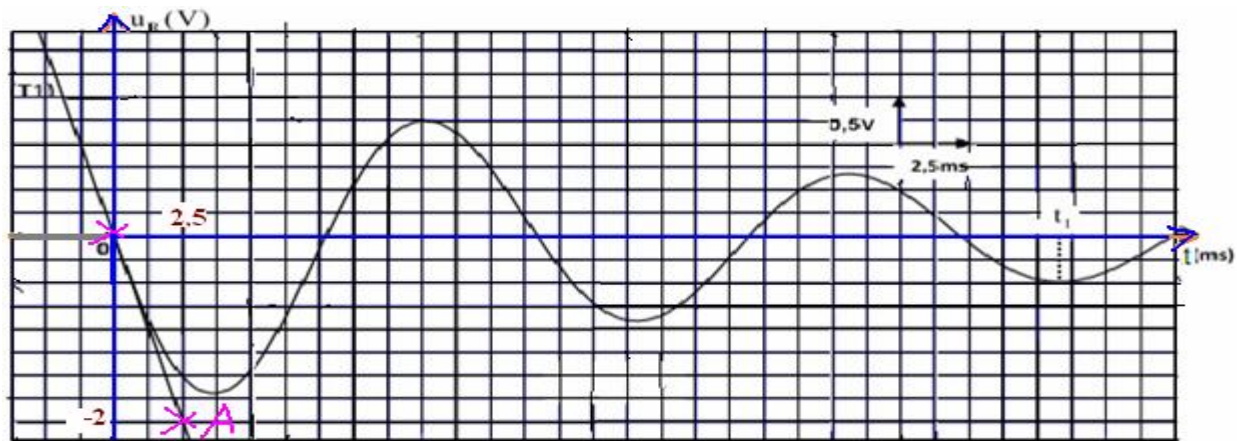
$$3) u_R + u_L + u_C = 0 \Rightarrow u_R + ri + L \frac{di}{dt} + u_C = 0, i = \frac{u_R}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt} \text{ donc: } u_R + \frac{r}{R} u_R + \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + u_C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} = - \left[u_C + \frac{R+r}{R} u_R \right] \Rightarrow \frac{du_R}{dt} = - \frac{R}{L} \left[u_C + \frac{R+r}{R} u_R \right]$$

$$\text{A l'instant } t=0 \text{ on a: } u_C = U_0 \text{ et } i=0 \text{ donc } u_R=0 \Rightarrow \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0} = - \frac{R}{L} U_0 \text{ d'où: } U_0 = - \frac{L}{R} \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0}$$

$$\text{Calcul de la valeur de } U_0: \text{ Graphiquement: } U_0 = - \frac{L}{R} \left(\frac{\Delta u_R}{\Delta t} \right)_{t=0}$$

$$\text{A.N: } U_0 = - \frac{0,9}{120} \left(\frac{-2-0}{(2,5-0) \cdot 10^{-3}} \right) = 6V$$



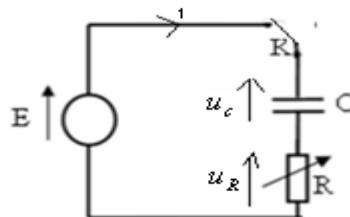
4)

$$\Delta \xi = \xi_{t1} - \xi_t = \left[\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L \frac{u_R^2}{R^2} \right]_{t1} - \left[\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L \frac{u_R^2}{R^2} \right]_{t=0} = \frac{1}{2} C [(u_C)_{t1}^2 - (u_C)_0^2] + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} [(u_R)_{t1}^2 - (u_R)_0^2]$$

$$\text{A.N: } \Delta \xi = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} [0^2 - U_0^2] + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,9}{120^2} [(-1)^2 - 0] = -2 \cdot 10^{-6} J$$

Correction de l'exercice 7:

$$1) 1-1-\text{En appliquant la loi d'additivité des tensions on a: } u_R + u_C = E \Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E \text{ donc: } \tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$



Le rôle de ce circuit est : la charge du condensateur.

$$1-2- u_c = A(1 - e^{-\alpha t}) \Rightarrow u_c = A - Ae^{-\alpha t} \quad \text{donc: } \frac{du_c}{dt} = A\alpha e^{-\alpha t}, \text{ en remplaçant dans l'équation différentielle :}$$

$$\tau A\alpha e^{-\alpha t} + A - Ae^{-\alpha t} = E \Rightarrow Ae^{-\alpha t}(\tau\alpha - 1) + A = E \quad \text{donc: } \underline{A = E} \quad \text{et: } \tau\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$$

$$\text{Donc la solution s'écrit : } u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$1-3- \alpha = \frac{1}{\tau} \quad (\tau = RC) \quad \text{donc: } \alpha = \frac{1}{RC} \Rightarrow [\alpha] = \frac{1}{[R][C]}$$

$$\text{On a : } u_R = Ri \Rightarrow R = \frac{u_R}{i} \quad \text{donc: } [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

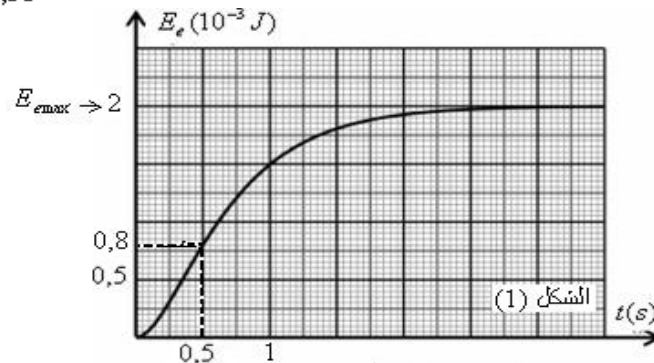
$$\text{Et on a : } i = C \frac{du_c}{dt} \Rightarrow [I] = [C] \frac{[U]}{[t]} \quad \text{donc: } [C] = \frac{[I][t]}{[U]}$$

$$\text{donc: } [\alpha] = \frac{1}{[R][C]} = \frac{[I]}{[U]} \frac{[U]}{[I][t]} = \frac{1}{[t]} = [t]^{-1} \quad \text{donc l'unité de } \alpha \text{ dans le S.I est la } (s^{-1}).$$

$$1-4) 1-4-1- \quad E_e = \frac{1}{2} c u_c^2, \text{ en régime permanent : } u_c = E \Rightarrow E_{e\max} = \frac{1}{2} c E^2$$

$$1-4-2- \quad u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} c E^2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2 \Rightarrow E_e = E_{e\max} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2$$

$$1-5) 1-5-1- \quad \text{On a à l'instant : } t = \tau, \quad E_e = E_{e\max} (1 - e^{-1})^2 = 2.10^{-3} \times (1 - e^{-1})^2 \approx 0,8.10^{-3} J, \text{ qui correspond graphiquement à : } \tau = 0,5s$$



$$1-5-2- \text{ On a : } E_{e\max} = \frac{1}{2} c E^2 \Rightarrow c = \frac{2 \cdot E_{e\max}}{E^2} = \frac{2 \times 2.10^{-3}}{10^2} = 4.10^{-5} F$$

$$1-5-3- \quad \tau = Rc \Rightarrow R = \frac{\tau}{c} = \frac{0,5}{4.10^{-5}} = 12,5.10^3 \Omega = 12,5 k\Omega$$

2) 2-1- Régime apériodique.

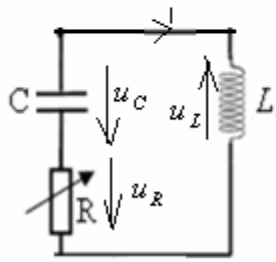
$$2-2- \quad q_o = c \cdot u_{co} = 4.10^{-5} \times 10 = 4.10^{-4} C$$

$$3) 3-1- \quad T = 2ms.$$

$$3-2- \quad T_o = T = 2ms \quad \text{On a : } T_o = 2\pi \sqrt{Lc} \Rightarrow T_o^2 = 4\pi^2 Lc \Rightarrow L = \frac{T_o^2}{4\pi^2 c} = \frac{(2.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 4.10^{-5}} = 2,5.10^{-3} H$$

$$3-3- E_t = E_e + E_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} \cdot L i^2 \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L i \cdot \frac{di}{dt} \text{ avec: } i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = i \left[L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right]$$

et on a: $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r) \cdot i$ donc: $\boxed{\frac{dE_t}{dt} = -(R+r) i^2}$ $\frac{dE_t}{dt} < 0 \Rightarrow$ l'énergie totale du circuit diminue.



$$u_R + u_L + u_C = 0 \Rightarrow R i + r i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow (R+r) i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r) i$$

La diminution de l'énergie totale dans le circuit est due à une perte d'énergie électrique au niveau de la résistance totale du circuit par effet joule.

4) 4-1- l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur est:

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

4-2- On a: $u_c(t) = A \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$ donc:
$$\begin{cases} \frac{du_c(t)}{dt} = -A \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) \\ \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} = -A \cdot \frac{1}{LC} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) = -\frac{1}{LC} u_c(t) \end{cases}$$

En remplaçant dans l'équation différentielle: $-\frac{1}{LC} u_c(t) + \frac{1}{LC} u_c(t) = 0 \Rightarrow 0 = 0$

Détermination de A:

On a à $t=0$, $u_c=E$ donc: $E = A \cos 0 \Rightarrow A = E$ graphiquement sa valeur: $E=10V$

Bonne chance

p.SBIRO Abdelkrim

Pour toute observation contactez-moi
sbiabdou@yahoo.fr

lundi 31 mai 2021