Cour de physique
Deuxième Bac
Sciences Physique

# Dipôles : RC

Www.AdrarPhysic.Fr



## Objectifs : Connaissances et savoir-faire exigibles

- Connaître la représentation symbolique d'un condensateur
- En utilisant la convention récepteur, savoir orienter un circuit sur un schéma, représenter les différentes flèches-tension, noter les charges des armatures du condensateur ;
- Connaître les relations charge-intensité et charge-tension pour un condensateur en convention récepteur, connaître la signification de chacun des termes et leur unité.
  Savoir exploiter la relation $q = C.u$
- Effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur ou la charge de celui-ci lorsque dipôle RC est soumis à un échelon de tension ;
- En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit
- Connaître l'expression de la constante de temps et savoir vérifier son unité par analyse dimensionnelle ;
- Connaître l'expression de l'énergie emmagasinée dans un condensateur ;
- Savoir que la tension aux bornes d'un condensateur n'est jamais discontinue,
- Savoir que exploiter un document expérimental pour
  Identifier les tensions observées, montrer l'influence de R et de C sur la charge ou la décharge, déterminer une constante de temps lors de la charge et de la décharge
- réaliser un montage électrique à partir d'un schéma
- réaliser les branchements pour visualiser les tenions aux bornes du générateur, du condensateur et du conducteur ohmique.
- Montrer l'influence de l'amplitude de l'échelon de tension, de la résistance et de la capacité sur le phénomène observé lors de la charge et de la décharge du condensateur.

Www.AdrarPhysic.Fr

## 1 - Définition

Le dipôle RC est forme d'un résistor de résistance R associe en série avec un condensateur de capacité C

## 2- Le condensateur

### 2-1- Définition

En 1745 et dans la ville de Leyde, aux Pays-Bas, les deux physiciens Von Kleist et Petrus Van Musschenbrœk découvrent le condensateur, connu sous le nom de bouteille de Leyde, est un dispositif capable d'accumuler des charges d'électricité statique, mais le principe de fonctionnement de ce dispositif n'a été découvert qu'en 1782 par le physicien italien Volta

Le condensateur est un composant électrique comporte deux plaques métalliques en face l'une de l'autre appelé Armatures, séparé d'un isolant appelle diélectriques
Son rôle et de stocker des charges électrique, pour cela on l'utilise dans plusieurs appareilles électriques (figure :1) , son symbole (figure :2)



Figure:1

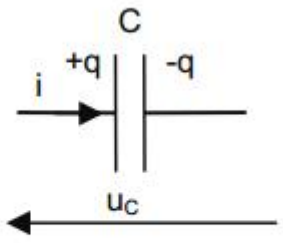



Figure:2

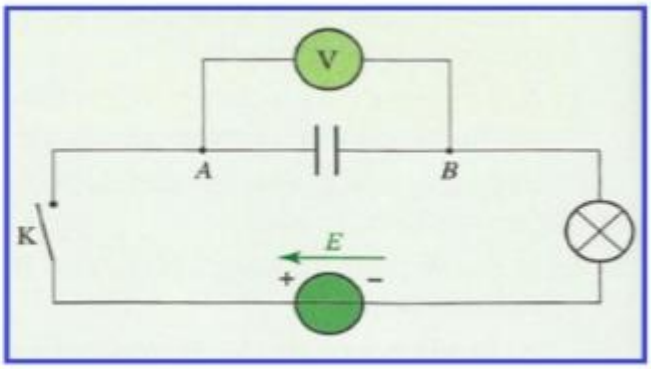
### 2-2- comportement d'un condensateur dans un circuit

#### 2-2-1. Activité

On réalise le circuit à coté qui comporte :

- Un condensateur
- Une lampe
- Un voltmètre
- Un générateur de tension continu
- Un interrupteur

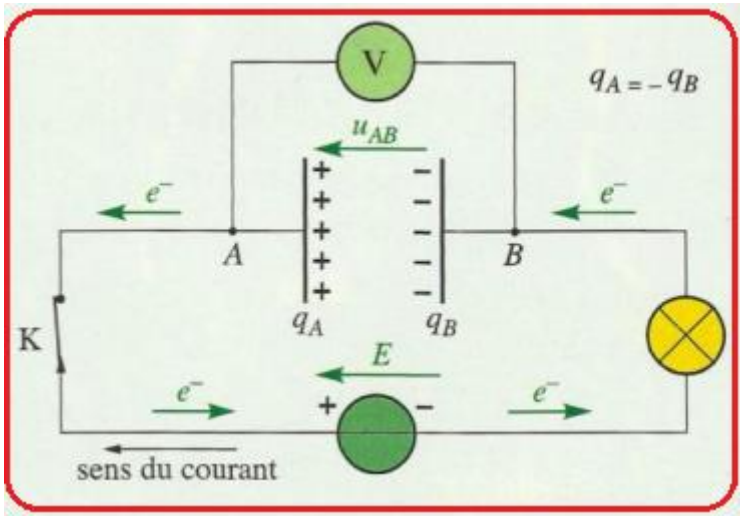
Puis on ferme le circuit



### 2-2-2- Observations

Lorsque nous fermons l'interrupteur, la lampe s'éclaire, puis s'éteint progressivement .le voltmètre indique une tension aux bornes du condensateur, même après que la lampe se soit éteinte

### 2-2-3- interprétations




Le courant est transitoire, de courte durée .ce courant étant dû à un déplacement d'électrons dans le circuit, il provoque une accumulation d'électrons sur l'armature B reliée à la borne (-) du générateur .
et un défaut d'électrons sur l'armature A reliée à la borne(+) du générateurs.
L'armature A est chargé positivement et l'armature B négativement.
une tension électrique apparait entre les armatures ;le condensateur se charge
Le courant ne peut circuler durablement, car le circuit est coupe par la présence d'un isolant :le diélectrique du condensateur.
Nous admettrons qu'à chaque instant, les armatures A et B portent des charges électriques opposées de même valeurs absolues : $|q_A| = |-q_B|$

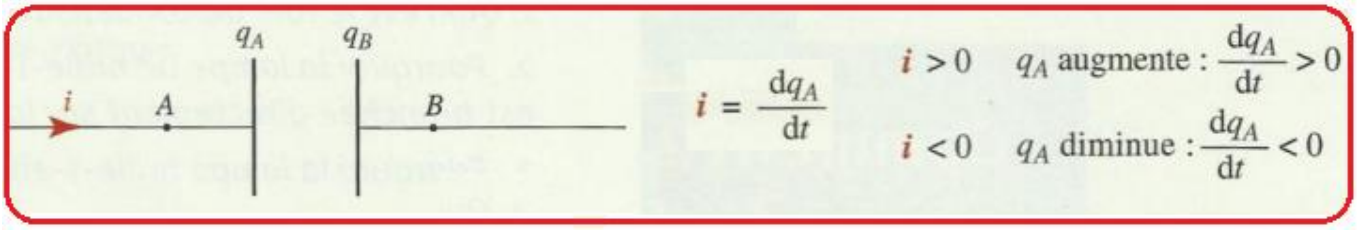
### 2-2-4- conclusion

*Un condensateur, branché à un générateur de tension continu, accumule sur ses armatures des charges électriques de même valeur, mais de signes opposes*

## 2-3- relation entre la charge d'un condensateur et l'intensité de courant

Notons $i$ l'intensité du courant transitoire. Orientons le circuit pour algébriser l'intensité $i$

- si le courant circule dans le sens d'orientation choisi (figure au-dessous), alors $i > 0$
- si le courant circule dans l'autre sens, alors $i < 0$

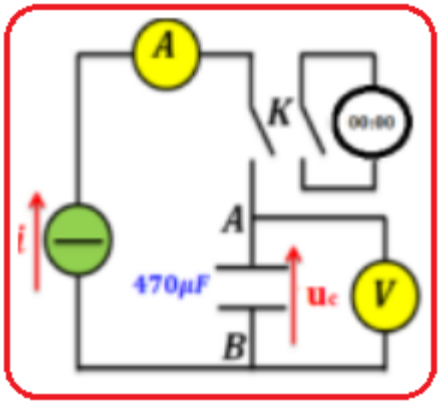


Par définition, l'intensité $i$ du courant correspond au débit de charges transportées c'est-à-dire à la charge électrique transportée par unité de temps : $i = \frac{dq_A}{dt}$

## 2-4- Capacité d'un condensateur

### 2-4-1- Activité

On réalise le montage de la figure à coté en utilisant :
Un générateur de courant qui débite un courant d'intensité Constante $I_0 = 80\mu A$ .on ferme l'interrupteur K et en même temps on déclenche le chronométrée après chaque 5s on mesure la tension $u_C$ aux bornes du condensateur (Initialement déchargé).

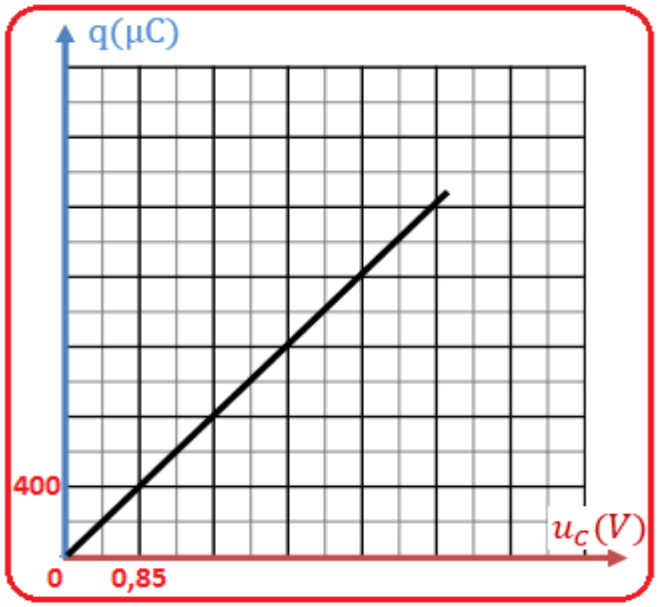



### 2-4-2- tableau de mesures

| t(s) | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_C$(V) | 0 | 0,85 | 1,7 | 2,55 | 3,4 | 4,25 | 5,11 |
| $q(\mu C)$ | 0 | 400 | 800 | 1200 | 1600 | 2000 | 2400 |

### 2-4-3- graphe : $q = f(u_C)$

L'étude expérimentale nous permet d'obtenir le graphe suivant




### 2-4-4- interprétation

Le graphique représentant $q$ en fonction de $u_C$ est une droite Passant par l'origine à coefficient directeur positif note $C$ appelé capacité du condensateur et d'unité le farad (F) à chaque instant, la charge électrique du condensateur $q$ $(q = |q_A| = |q_B|)$ est Proportionnelle à la tension $u_C$ aux Bornes de ces armatures A et B :

$$q = C.u_C$$

## 2-5- association des condensateurs

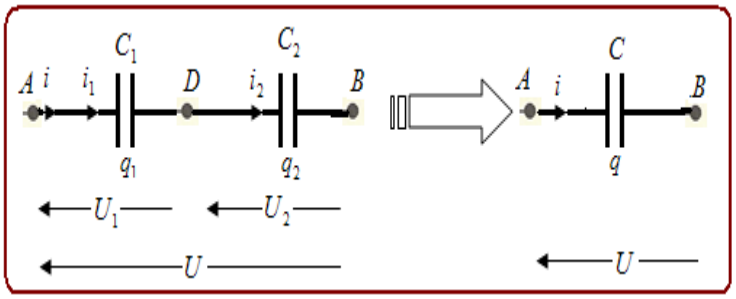
### 2-5-1- Association en série

On associe deux condensateurs de capacités $C_1$ et $C_2$ en série, pour obtenir un condensateur équivalent de capacité équivalente $C$

$$q = CU \Rightarrow U = \frac{q}{C}$$

on a $$q_1 = C_1U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{q_1}{C_1}$$

$$q_2 = C_2U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{q_2}{C_2}$$



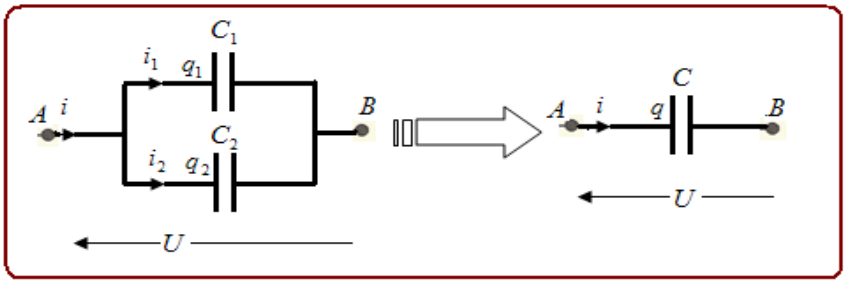

$$\begin{cases} i = i_1 = i_2 \\ q = q_1 = q_2 \\ U = U_1 + U_2 \,(1) \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

Dans le cas général la capacité équivalente est : $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

Le but de l'association en série c'est obtenir une capacité équivalente plus petite à partir des condensateurs de capacité élevée

## 2-5-2- Association en dérivation

On associe deux condensateurs de capacités $C_1$ et $C_2$ en série, pour obtenir un condensateur équivalent de capacité équivalente $C$




En appliquant la loi des nœuds on a : $q = q_1 + q_2 \Rightarrow i = i_1 + i_2$

Puisque les condensateurs sont associés en parallèle on : $U = U_1 = U_2$

$$q = q_1 + q_2 \quad \Rightarrow \quad CU = C_1U_1 + C_2U_2 \quad \Rightarrow \quad C = C_1 + C_2$$

Dans le cas général la capacité équivalente est : $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$

Le but de l'association en parallèle c'est obtenir une capacité équivalente plus grande à partir des condensateurs de capacités petites

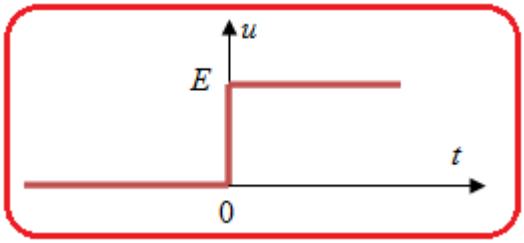
Www.AdrarPhysic.Fr

# 3- Réponse du dipôle RC à un échelon de tension : Établissement des équations différentielles

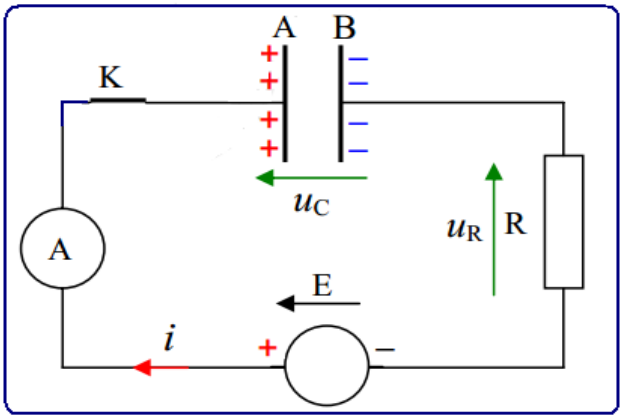
## 3-1- Réponse d'un dipôle RC à un échelon montant de tension :(cas de la charge d'un condensateur)

On dit qu'un dipôle est soumis à un échelon montant de tension, si la tension entre ses bornes varie instantanément d'une valeur nulle à une valeur constante $E$

A $t=0$ la tension $u=0$
A $t>0$ la tension $u=E$




On réalise le circuit RC suivant
(le condensateur est initialement déchargé) :




### 3-1-1- Equation différentielle

D'âpres la loi d'additivité des tensions on a :

$$u(t)=u_R(t)+u_C(t)=u_{DA}(t)+u_{AB}(t)$$

Lorsque on ferme le circuit on a : $u(t)=E$ c'est-à-dire :

$$u_R(t)+u_C(t)=E \quad (1)$$

D'après la loi d'ohm :(2) $u_R(t)=R\cdot i(t)$

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt} \quad \text{et} \quad q(t)=Cu_C(t) \quad \text{donc} \quad i(t)=C\frac{du_C(t)}{dt}$$

On remplace l'expression de $i(t)$ dans l'équation (2) $u_R(t)=RC\frac{du_C(t)}{dt}$

Après on remplace dans (1) on aura enfin : $RC\frac{dU_C(t)}{dt}+u_C(t)=E$

on pose : $\tau=RC$

L'équation différentielle devient : $\tau\frac{du_c(t)}{dt}+u_c(t)=E$ (3)

Www.AdrarPhysic.Fr

### 3-1-2- Solution de l'équation différentielle

En mathématique, la solution de l'équation différentielle est : $u_C(t) = A.e^{-m.t} + B$
Telle que : $B, A$ et $m$ sont des constantes qu'on peut les déterminer

On remplace dans l'équation (3) : $\begin{cases} u_C(t) = Ae^{-mt} + B \\ \dfrac{du_C(t)}{dt} = -mAe^{-mt} \end{cases}$

$$E = u_C(t) + \tau \frac{du_C(t)}{dt} = Ae^{-mt} + B + \tau(-mAe^{-mt}) = Ae^{-mt}(1 - m\tau) + B$$

$$E = Ae^{-mt}(1 - m\tau) + B$$

Dou : $1 - m\tau = 0 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{1}{\tau}$

En considérant les conditions initiales à l'instant $t = 0$ on a $u_C = 0$ on détermine $A$ car $u_C(t)$ est une fonction continue à chaque instant $t$ du fonctionnement du condensateur parmi eux la date $t = 0$ :

$$0 = Ae^{-m\cdot 0} + B \Rightarrow 0 = A + B \Rightarrow A = -B = -E$$

En fin on aura les constantes : $m = \dfrac{1}{\tau}$ , $B = E$ et $A = -E$

Donc la solution s'écrit : $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

### 3-1-3- Signification de la constante $\tau$

En utilisant l'analyse dimensionnel on a :

$$\begin{cases} U = Ri \Leftrightarrow R = \dfrac{U}{i} \\ i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt} = \dfrac{d(CU(t))}{dt} = C\dfrac{dU(t)}{dt} \Leftrightarrow C = i(t)\dfrac{dt}{dU(t)} \end{cases}$$

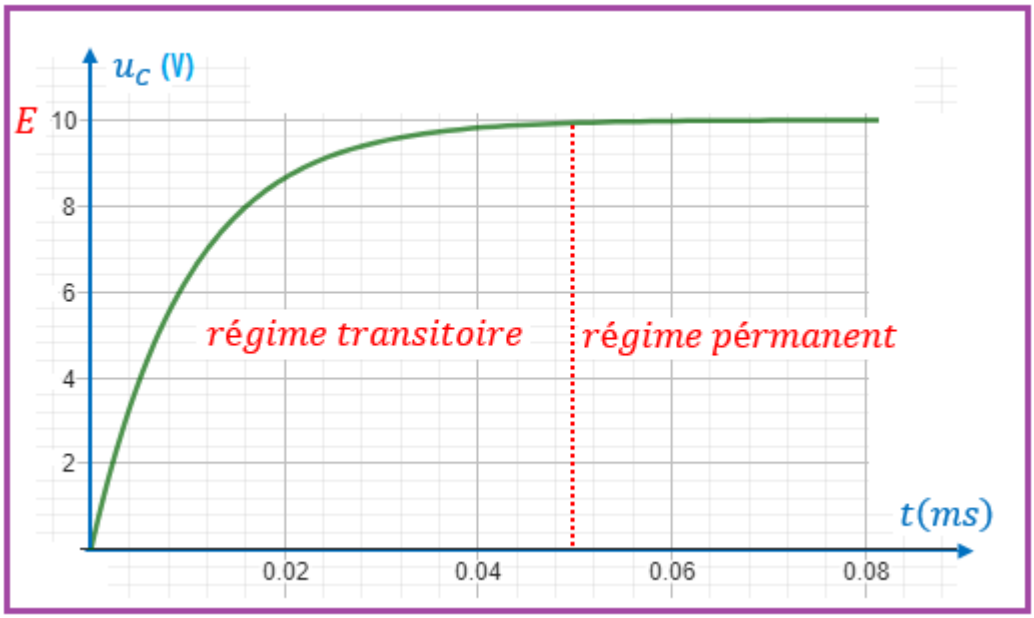
puis que $\tau = RC$

On a : $[\tau] = [R]\cdot[C] = \dfrac{[U]}{[i]} \cdot \dfrac{[i]\cdot[t]}{[U]} = [t]$ $\qquad [\tau] = [t] = S$

La grandeur $\tau$ a une dimension temporelle, son unité dans SI est le seconde $(s)$.

Www.AdrarPhysic.Fr

### 3-1-4- Représentation graphique de $u_c(t)$




Mathématiquement la courbe qui représente $u_c = f(t)$ est la suivante tel que à

$\begin{cases} t = 0 \text{ on a } u_c = 0 \\ t \to \infty \quad on\ a\ \ u_c = E \end{cases}$

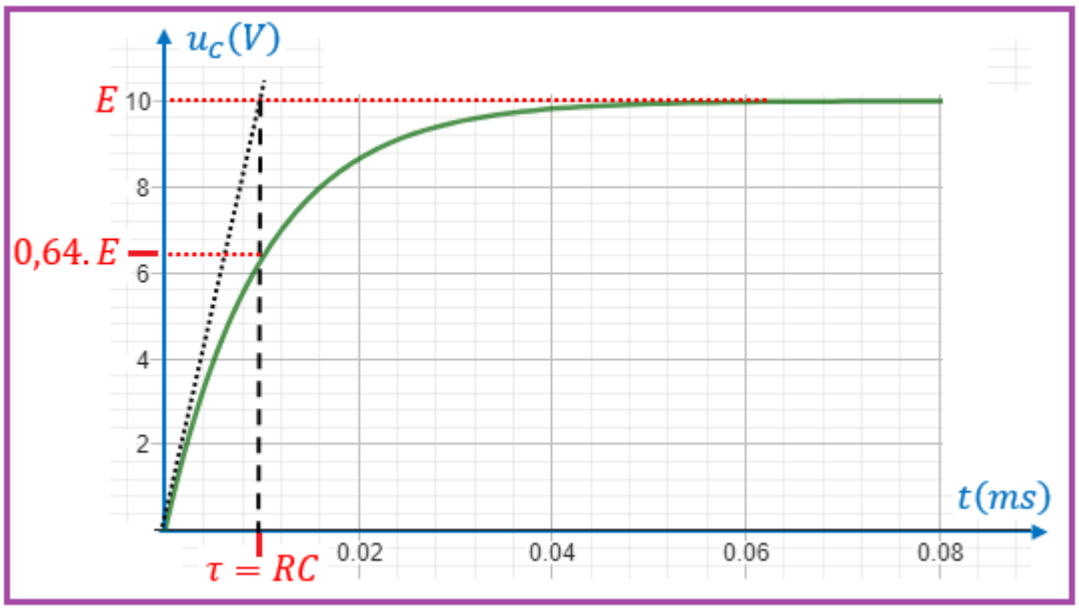
La courbe présente deux régimes :

* *régime transitoire* : La tension $u_c(t)$ varie au cours du temps.

* *régime stationnaire ou régime permanent* où $u_c(t)$ reste constante et égale à $E$

### 3-1-5- Détermination de la constante du temps $\tau$

On a deux méthodes pour déterminer la constante $\tau$



- *Première méthode* : On utilise la solution de l'équation différentielle :

$u_c(t=\tau) = E.(1-e^{-1}) = 0{,}64\,E$

Donc $\tau$ *est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée* $0{,}64\,E$

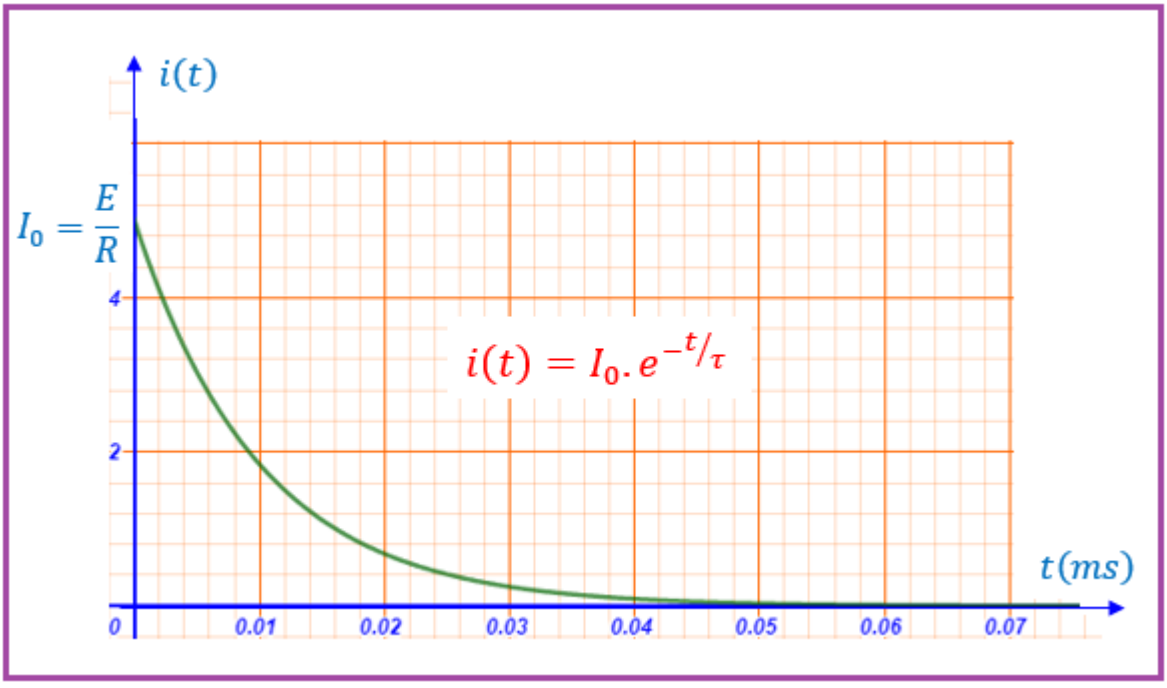
- *Deuxième méthode* : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant $t=0$ on a

$u_C(t) = E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ c'est-à-dire : $\left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}$ ,donc l'équation de la tangente est :

$u_C(t) - u_C(0) = \frac{E}{\tau}.(t-0) \qquad u_C(t) = \frac{E}{\tau}.t$

Donc à l'instant $t=\tau$ on a $u_C(t) = E$ , c'est à dire que l'asymptote $u_C(t) = E$ coupe la tangente à la courbe à l'instant $t=0$ donne $t=\tau$ .

### 3-1-6- Expression de l'intensité du courant de charge $i(t)$




On sait que l'intensité du courant de charge : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{dCu_C(t)}{dt}$

$\Rightarrow i(t) = \frac{d}{dt}\left[CE\left(1-e^{-t/\tau}\right)\right] = CE\frac{d}{dt}\left(1-e^{-t/\tau}\right) = -\frac{CE}{\tau}\left(-e^{-t/\tau}\right) = \frac{CE}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{CE}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

D'où : $i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

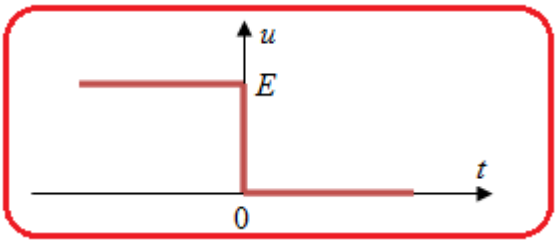
Tel que $\frac{E}{R}$ représente l'intensité de courant à l'instant $t=0$ c'est à dire à $t=0$ on a $u_C = 0$ donc : $I_0 = \frac{E}{R}$

C'est-à-dire : $i(t) = I_0.e^{-t/\tau}$

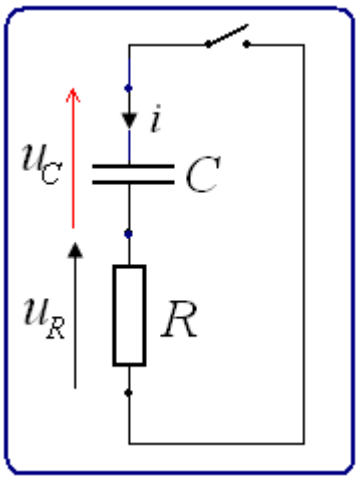
## 3-2- Réponse d'un dipôle RC à un échelon descendant de tension :(cas de la décharge d'un condensateur)

On dit qu'un dipôle est soumis à un échelon descendant de tension, si la tension entre ses bornes varie instantanément d'une valeur constante $E$ à une valeur nulle

A $t \leq 0$ la tension $u = E$
A $t > 0$ la tension $u = 0$




Après la charge du condensateur, on bascule l'interrupteur À la position 2 que l'on considère comme origine des dates t = 0 , le dipôle répond à un échelon descendant de tension : le condensateur se décharge dans la résistance.




### 3-2-1- Equation différentielle

D'après la loi d'additivité des tensions on a : $u_R(t) + u_C(t) = 0$

$$Ri(t) + u_C(t) = R\frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$= R\frac{d(Cu_C(t))}{dt} + u_C(t) = RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \tau.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

### 3-2-2- Solution de l'équation différentielle

La solution de l'équation différentielle est de la forme : $u_C(t) = Ae^{-m.t} + B$

On a : $\frac{du_C(t)}{dt} = -Ame^{-mt}$

On remplace dans l'équation différentielle on aura :

$$-\tau Ame^{-mt} = Ae^{-mt} + B \Rightarrow Ae^{-mt}(1 - \tau.m) + B = 0$$

D'où $1 - \tau.m = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$ et $B = 0$

En considérant les conditions initiales à $t=0$ on a $u_C(t=0)=E$ on détermine la constante $A$ d'après que $u_C(t)$ est une fonction continue à chaque instant $t$ , parmi eux la date $t=0$ :

$u_C(t=0)=A=E$ donc : $\underline{A=E}$

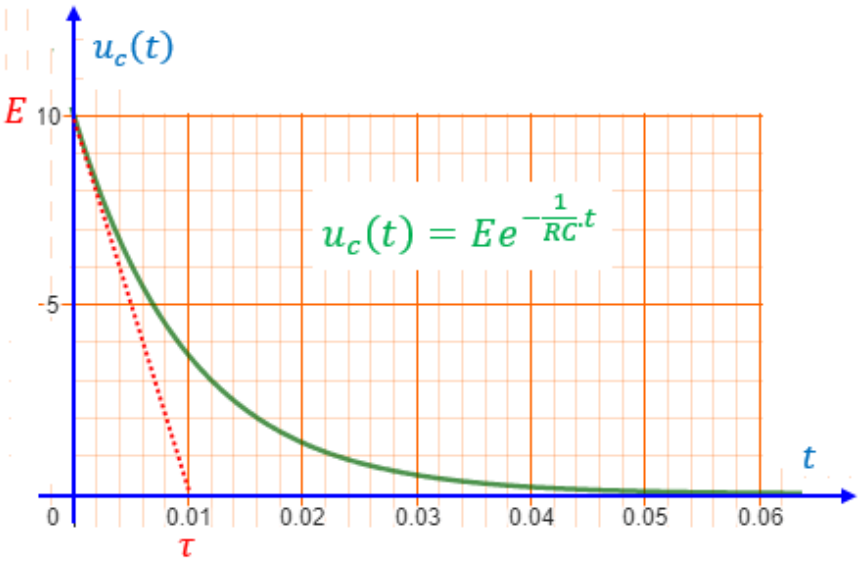
la solution de l'équation différentielle s'écrit : $u_c(t)=E.e^{-t/\tau}$

Tel que $\underline{\tau=RC}$ est la constante du temps pour le dipôle RC

### 3-2-3- Représentations graphiques de : $u_c(t)$, $q(t)$ et $i(t)$

#### a- Expression de $u_c(t)$ $u_c(t)=E.e^{-t/\tau}$

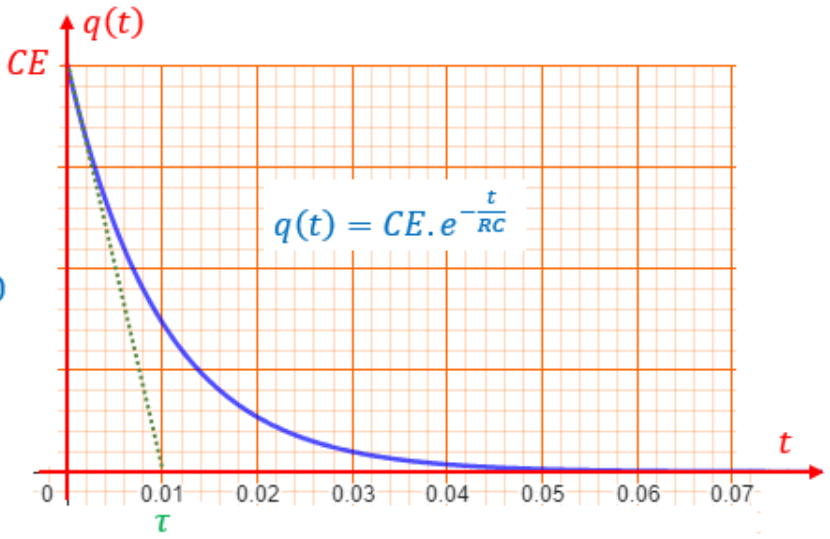
$\begin{cases} \text{à } t=0 \Rightarrow u_c(t)=E \\ t\to\infty \Rightarrow 0 \end{cases}$




#### b- Expression de $q(t)$

On a : $q(t)=Cu_C(t)=CE.e^{-t/\tau}$ Donc : $q(t)=CE.e^{-t/\tau}$ Avec $CE=q_{max}$

$\begin{cases} \text{à } t=0 \text{ on a : } q(t)=CE \\ \text{lorsque } t\to\infty \text{ on a: } q(t)\to 0 \end{cases}$



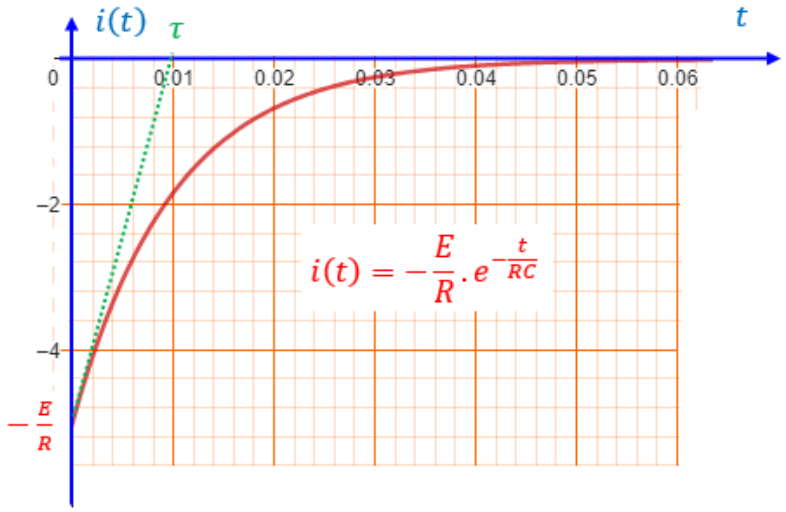

Www.AdrarPhysic.Fr

### c- Expression de $i(t)$

On a : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(CE.e^{-t/\tau}\right) = -\frac{CE}{\tau}.e^{-t/\tau} = -\frac{CE}{RC}.e^{-t/\tau} = -\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$

Donc : $i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-t/RC}$

$\begin{cases} \text{à } t = 0 & on\ a : i(t) = -\frac{E}{R} \\ lorsque\ t \to \infty & on\ a : \ i(t) \to 0 \end{cases}$

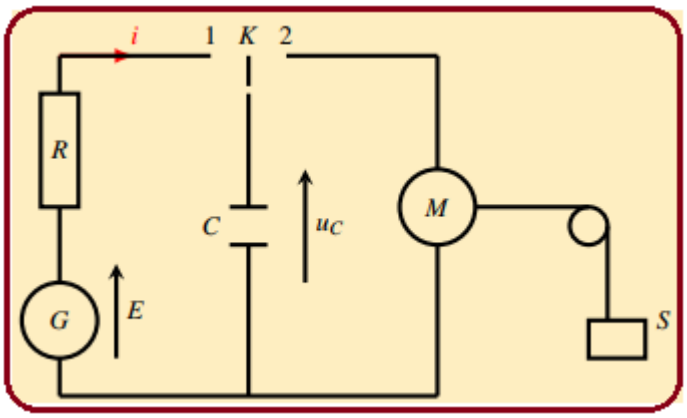



## 3- L'énergie stockée dans un condensateur

Un condensateur peut être utilisé pour stocker de l'énergie

### 3-1- Étude expérimentale :

Comment stocker de l'énergie dans un condensateur ?
On réalise le montage de la figure ci-contre. Avec un générateur de tension, on charge le condensateur en plaçant le commutateur en position 1. On bascule le commutateur en position 2, le condensateur est alors connecté au moteur, le moteur tourne et soulève la masse marquée, la tension aux bornes du condensateur diminue ; le condensateur se décharge.



### 3-2- Interprétation :

Le condensateur chargé possède de l'énergie. Celle-ci est transmise au moteur qui effectue un travail mécanique, augmente l'énergie potentielle de la masse marquée. Au cours de la charge, un condensateur emmagasine de l'énergie, qu'il restitue lors de la décharge.

### 3-3- L'expression de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur

. La puissance électrique fournie par le générateur au condensateur : $p = u_C.i(t)$

$$\frac{d\xi_e}{dt} = p = u_C i = u_C \frac{dq}{dt} = u_C \frac{d(Cu_C)}{dt} = \frac{d\left(C\frac{1}{2}u_C^2\right)}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}Cu_C^2\right)}{dt}$$

Puisque : $\frac{d\xi_e}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}Cu_C^2\right)}{dt}$

On aura L'expression de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur :

$$\xi_e = \frac{1}{2}C.{u_c}^2$$

### 3-4- Conclusion :

*L'énergie électrique stockée par un condensateur est :*

$$\xi_e = \frac{1}{2}C.{u_c}^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

*$\xi_e$ : s'exprime en joule $(J)$avec $C$ en farad $(F)$ , $u_c$ en volt $(V)$ et $q$ en coulomb$(C)$.*

Www.AdrarPhysic.Fr